

# ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

*Δρ. ΠΑΝΤΕΛΗΣ Σ. ΑΠΟΣΤΟΛΟΠΟΥΛΟΣ*

*Όπως έχει την*

*27η Μαΐου 2019*

## Προσωπικά Στοιχεία

Όνοματεπώνυμο	:	Παντελής Σ. Αποστολόπουλος
Ημερομηνία και τόπος γέννησης	:	18 Σεπτεμβρίου 1970, Αθήνα
Διεύθυνση Κατοικίας	:	Σαβάλια Ηλείας 27200, Νομός Ηλείας
Τηλέφωνα Επικοινωνίας	:	Τηλ. :+30-2622061196 Κινητό: 6972968896
E-mail address	:	<a href="mailto:papost@ionio.gr">papost@ionio.gr</a> ; <a href="mailto:papost@phys.uoa.gr">papost@phys.uoa.gr</a>
Στρατιωτικές υποχρεώσεις	:	Εκπληρωμένες (Έτη 1996-1997)
Οικογενειακή κατάσταση	:	Έγγαμος με ένα παιδί 14 ετών.

## Πανεπιστημιακοί τίτλοι και θέσεις

### Μεταδιδακτορικοί

- Επίκουρος Καθηγητής στο Ιόνιο Πανεπιστήμιο, Σχολή Περιβάλλοντος, Τμήμα Περιβάλλοντος (πρώην ΤΕΙ Ιονίων Νήσων, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Τεχνολόγων Περιβάλλοντος) (**24 Μαΐου 2019 – ως σήμερα**).
- Έμμισθος Επιστημονικός Συνεργάτης στο ΤΕΙ Πελοποννήσου, Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής (**Οκτώβριος 2018 – 21 Μαΐου 2019**).
- Επίκουρος Καθηγητής στο ΤΕΙ Ιονίων Νήσων, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Τεχνολόγων Περιβάλλοντος (**Φεβρουάριος 2017 – Μάρτιος 2018**) (ακύρωση διορισμού λόγω λανθασμένης σύνθεσης εκλεκτορικού σώματος).
- Πανεπιστημιακός υπότροφος ΤΕΙ Ιονίων Νήσων, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Τεχνολόγων Περιβάλλοντος (**Οκτώβριος 2016 – Ιανουάριος 2017**).
- Έμμισθος Επιστημονικός Συνεργάτης στο ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας (πρώην Μεσολογίου), Τμήματα Αυτοματισμού και Τηλεπικοινωνιακών Συστημάτων και Δικτύων (ΤΕ.ΣΥ.Δ), (**Μάρτιος 2010 - Ιούνιος 2013**).
- Έμμισθος μεταδιδακτορικός ερευνητής στο Departament de Fisica, Universitat de les Illes Balears, Palma de Mallorca, Spain (**Νοέμβριος 2005 – Οκτώβριος 2006 και Φεβρουάριος 2007 – Μάρτιος 2009**). Η ερευνητική μου δραστηριότητα χρηματοδοτήθηκε από το Ισπανικό Υπουργείο Παιδείας και Επιστημών (Ministerio de Educacion y Ciencia) καθώς και από το Πανεπιστήμιο Βαλεαρίδων Νήσων (Universitat de les Illes Balears).
- Έμμισθος μεταδιδακτορικός ερευνητής στο ΕΚΠΑ, Τμήμα Φυσικής, Τομέας Πυρηνικής Φυσικής και Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων (**Ιανουάριος 2004 - Φεβρουάριος 2006**), στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος «ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ Ι» το οποίο χρηματοδοτήθηκε από το Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων καθώς και από την Ευρωπαϊκή Ένωση.
- Εντεταλμένος Επίκουρος Καθηγητής (Π.Δ. 407/80) στο Πανεπιστήμιο Στερεάς Ελλάδας, Σχολή Εφαρμοσμένων Επιστημών, Τμήμα Πληροφορικής με εφαρμογές στη Βιοϊατρική το ακαδημαϊκό έτος 2004-2005 (**Οκτώβριος 2004 - Φεβρουάριος 2005**).

## Προδιδακτορικοί

- Διδάκτορας του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (ΕΚΠΑ), Τμήμα Φυσικής, Τομέας Αστροφυσικής, Αστρονομίας και Μηχανικής την 26η Ιανουαρίου 2004. Τίτλος διδακτορικής διατριβής:

«Συμμετρίες ανώτερης τάξης στη Θεωρία της Γενικής Σχετικότητας»

- Πτυχιούχος του Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών (ΕΚΠΑ), Τμήμα Φυσικής, την 7η Ιουνίου 1995.

## Ερευνητική δραστηριότητα

### Διατριβές

- Διδακτορική διατριβή κατατεθείσα στο ΕΚΠΑ για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος Φυσικών Επιστημών (2003) με τίτλο:

«Συμμετρίες ανώτερης τάξης στη Θεωρία της Γενικής Σχετικότητας»

### Δημοσιεύσεις σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά με κριτές

1. “*Intrinsic Conformal Symmetries in Szekeres models*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2017 *Modern Phys. Letters A* **32** 1750099 (preprint arXiv: 1611.09781 [gr-qc]).
2. “*Szekeres models: a covariant approach*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2017 *Class. Quantum Grav.* **34** 095013 (preprint arXiv:1611.04569 [gr-qc]).
3. “*Vacuum self similar anisotropic cosmologies in  $F(R)$ -gravity*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2017 *Gen. Relativ. Grav.* **49** no 4, 59 (preprint arXiv:1611.02013 [gr-qc]).
4. “*Spatially inhomogeneous and irrotational geometries admitting Intrinsic Conformal Symmetries*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2016 *Phys. Rev. D* **94** 124052 (preprint arXiv:1612.01853 [gr-qc]).
5. “*Effective cosmological equations of induced  $f(R)$  gravity*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, N. Brouzakis and N. Tetradis, 2010 *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **1008:032** (preprint arXiv:1006.4573 [hep-th]).

6. “*Cosmology from an AdS-Schwarzschild black hole via holography*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, G. Siopsis and N. Tetradis, 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 151301 (preprint arXiv:0809.3505 [hep-th]).
7. “*Modified brane cosmologies with induced gravity, arbitrary matter content and a Gauss-Bonnet term in the bulk*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, N. Brouzakis, N. Tetradis and E. Tzavara, 2008 *Phys. Rev. D* **76** 084029 (preprint arXiv:0708.0469 [hep-th]).
8. “*Uniqueness of spatially inhomogeneous and irrotational silent universes of Petrov type D*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and Jaume Carot, 2007 *Int. J. Modern Phys. A* **22** 1983-2005 (preprint gr-qc/0605130).
9. “*Late acceleration and  $w = -1$  crossing in induced gravity*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and N. Tetradis, 2006 *Phys. Rev. D* **74** 064021 (preprint hep-th/0604014).
10. “*Cosmological Acceleration and Gravitational Collapse*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, N. Brouzakis, N. Tetradis and E. Tzavara, 2006 *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **06** 009 (preprint astro-ph/0603234).
11. “*The Generalized Dark Radiation and Accelerated Expansion in Brane Cosmology*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and Nikolaos Tetradis, 2006 *Phys. Letters B* **633** 409-414 (preprint hep-th/0509182).
12. “*A geometric description of the intermediate behaviour for spatially homogeneous models*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2005 *Class. Quantum Grav.* **22** 4425-4441 (preprint gr-qc/0506114).
13. “*Mirage effects on the brane*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, N. Brouzakis, E. N. Saridakis and Nikolaos Tetradis, 2005 *Phys. Rev. D* **72** 044013 (preprint hep-th/0502115).
14. “*Brane Cosmological Evolution with a general bulk matter configuration*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and Nikolaos Tetradis, 2005 *Phys. Rev. D* **71** 043506 (preprint hep-th/0412246).
15. “*Equilibrium points of the tilted perfect fluid Bianchi  $VI_h$  state space*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2005 *Gen. Rel. Grav.* **37** 937-952 (preprint gr-qc/0407040).
16. “*Self-similar Bianchi models: II. Class B models*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2005 *Class. Quantum Grav.* **22** 323-338 (preprint gr-qc/0411102).

17. “*Brane Cosmology with Matter in the Bulk. I.*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and Nikolaos Tetradis, 2004 *Class. Quantum Grav.***21** 4781- 4791 (preprint hep-th/0404105).
18. “*On tilted perfect fluid Bianchi type  $VI_0$  self-similar models*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2004 *Gen. Rel. Grav.* **36** 1939-1945 (preprint gr-qc/0310033).
19. “*Geometric equations of state in Friedmann-Lemaître universes admitting matter and Ricci Collineations*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and M. Tsamparlis, 2004 *Gen. Rel. Grav.* **36** 277-292.
20. “*Ricci and Matter collineations of locally rotationally symmetric space-times*”,  
M. Tsamparlis and **Pantelis S. Apostolopoulos**, 2004 *Gen. Rel. Grav.* **36** 47-69.
21. “*Self-similar Bianchi type VIII and IX models*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and M. Tsamparlis, 2003 *Gen. Rel. Grav.* **35** 2051-2056.
22. “*Note on Matter collineations in Kantowski-Sachs, Bianchi Types I and III space-times*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and M. Tsamparlis, 2003 *Gen. Rel. Grav.* **35** 1869-1876.
23. “*Self-similar Bianchi models: I. Class A models*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2003 *Class. Quantum Grav.***20** 3371-3384.
24. “*Comment on Ricci Collineations for spherically symmetric space-times*”  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and M. Tsamparlis, 2002 *Gen. Rel. Grav.***34** 49-52.
25. “*Hypersurface homogeneous locally rotationally symmetric space-times admitting conformal symmetries*”,  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and M. Tsamparlis, 2001 *Class. Quantum Grav.***18** 3775-3790.
26. “*Symmetries of Bianchi I space-times*”  
M. Tsamparlis and **Pantelis S. Apostolopoulos**, 2000 *J. Math. Phys.***41** 7573-7588.
27. “*Comment on Ricci collineations for type B warped space-times*”  
M. Tsamparlis and **Pantelis S. Apostolopoulos**, 2000 *Gen. Rel. Grav.***32** 281-284.
28. “*The computation of the Conformal Killing Vectors of an  $1+(n-1)$  decomposable metric*”  
**Pantelis S. Apostolopoulos** and M. Tsamparlis, 1999 *Tensor N. S.* **61** 260-269.

29. “Computation of the conformal algebra of 1+3 decomposable space-times”

M. Tsamparlis, D. Nikolopoulos and **Pantelis S. Apostolopoulos**, 1998 *Class. Quantum Grav.* **15** 2909-2921.

Το σύνολο των δημοσιεύσεών μου μπορεί να βρεθεί π.χ. στη βάση δεδομένων Inspires και στη διεύθυνση [Apostolopoulos Refereed Articles](#).

**Δημοσιεύσεις σε πρακτικά συνεδρίων με κριτές**

30. “Conformal Symmetries in Warped Manifolds”,

**Pantelis S. Apostolopoulos** and Jaume G. Carot,

2005 *Journal of Physics: Conference Series* **8** 28-33.

**Υποβληθείσες και αδημοσίευτες εργασίες**

31. “Ricci and Matter inheritance collineations of Robertson-Walker space-times”,

**Pantelis S. Apostolopoulos** and M. Tsamparlis (2001),

(preprint gr-qc/0110042).

**Εποπτεία συλλογής άρθρων σε διεθνείς επιστημονικούς εκδοτικούς οίκους**

“Einstein's Legacy: From the theoretical paradise to astrophysical observations”,

**Pantelis S. Apostolopoulos et al.** (Editors), 2007 *Journal of Physics: Conference Series* Vol. **66**.

**Συνέδρια**

- 8ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Νεώτερες Εξελίξεις στη Βαρύτητα» όπου παρουσιάστηκε η εργασία:  
«Γενική λύση και ταξινόμηση των σύμμορφων συμμετριών στους LRS χωροχρόνους»  
και το οποίο έλαβε χώρα στις 26-29 Αυγούστου 1998 στο Καρλόβασι της Σάμου υπό την αιγίδα του Πανεπιστημίου Αιγαίου.
- 9ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Νεώτερες Εξελίξεις στη Βαρύτητα» με την παρουσίαση της εργασίας:  
«Συμμετρίες σε Bianchi τύπου I χωροχρόνους»  
και το οποίο έλαβε χώρα στις 28-31 Αυγούστου 2000 στα Ιωάννινα υπό την αιγίδα του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.
- 2<sup>η</sup> Πανελλήνια Ημερίδα Κοσμολογίας, Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών, Πεντέλη (2001) όπου παρουσιάστηκε η εργασία:  
«Σύμμορφες Συμμετρίες στα Friedmann-Lemaître κοσμολογικά μοντέλα».

- 6th Hellenic Astronomical Conference όπου παρουσιάστηκε η εργασία:  
«*On the existence of self-similar tilted perfect fluid Bianchi class A cosmological models*»  
και το οποίο έλαβε χώρα στο Εθνικό Αστεροσκοπείο της Αθήνας, Πεντέλη, 15-17 Σεπτεμβρίου 2003.
- 2nd Aegean Summer School on the Early Universe όπου παρουσιάστηκε η εργασία:  
«*The general self-similar Bianchi type VI tilted perfect fluid solution*»  
και το οποίο έλαβε χώρα στην Ερμούπολη της Σύρου 22-30 Σεπτεμβρίου 2003.
- 11ο Πανελλήνιο Συνέδριο «Νεώτερες Εξελίξεις στη Βαρύτητα» με την παρουσίαση της εργασίας:  
«*Conformal Symmetries in Warped Manifolds*»  
και το οποίο έλαβε χώρα 2-5 Ιουνίου 2004 στη Μυτιλήνη υπό την αιγίδα του Πανεπιστημίου Αιγαίου.
- 29ο Διεθνές Συνέδριο «*Spanish Relativity Meeting*» το οποίο έλαβε χώρα στις 4-8 Σεπτεμβρίου 2006, Palma de Mallorca, Spain.
- 3ο Διεθνές Συνέδριο «*On the exact renormalisation group*» το οποίο διεξήχθη στη Λευκάδα την περίοδο 18-22 Σεπτεμβρίου 2006.
- 4th RTN Winter School on «*Strings, Supergravity and Gauge Theories*», CERN 21-25 January 2008.
- XXVI Workshop on *Recent developments in High Energy Physics and Cosmology*, Ancient Olympia, Greece, 16-19 April 2008.
- 5ο Διεθνές Συνέδριο «*On the exact renormalisation group*» το οποίο διεξήχθη στην Κέρκυρα την περίοδο 12-19 Σεπτεμβρίου 2010.
- 7ο Διεθνές Συνέδριο «*On the exact renormalisation group*» το οποίο διεξήχθη στη Λευκάδα την περίοδο 22-26 Σεπτεμβρίου 2014.

#### **Διοργάνωση Συνεδρίων**

- Μέλος της τοπικής οργανωτικής επιτροπής του 29ου Διεθνούς Συνεδρίου «*Spanish Relativity Meeting*» το οποίο έλαβε χώρα στις 4-8 Σεπτεμβρίου 2006, Palma de Mallorca, Spain.
- Μέλος της τοπικής οργανωτικής επιτροπής του 3ου Διεθνούς Συνεδρίου «*On the exact renormalisation group*» το οποίο διεξήχθη στη Λευκάδα την περίοδο 18-22 Σεπτεμβρίου 2006.
- Μέλος της τοπικής οργανωτικής επιτροπής του 7ου Διεθνούς Συνεδρίου «*On the exact renormalisation group*» το οποίο διεξήχθη στη Λευκάδα την περίοδο 22-26 Σεπτεμβρίου 2014.

## Προσκεκλημένες ομιλίες σε Ελληνικά και Διεθνή Πανεπιστημιακά Ιδρύματα και Ινστιτούτα

- Πρόσκληση από τον Καθηγητή Graham Hall (Department of Mathematical Sciences, University of Aberdeen (Scotland)) τον Αύγουστο 2003 (1-21 Αυγούστου). Κατά τη διάρκεια της παραμονής μου δόθηκε ομιλία με θέμα:

«*Self-similar Bianchi models: I. Class A models*»

- Πρόσκληση από τον Καθηγητή Jaume Carot (Departament de Física, Universitat de les Illes Balears, Palma de Mallorca, Spain) το Μάιο του 2004 (24-31 Μαΐου). Κατά τη διάρκεια της παραμονής μου δόθηκε ομιλία με θέμα:

«*Non-static geometries with perfect fluid matter content*»

- Προσκαλεσμένη ομιλία στο Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, στις 19 Νοεμβρίου 2004, με τίτλο:

«*Warped 5-D geometries and the evolutionary behaviour of brane cosmological models*»

- Προσκαλεσμένη ομιλία στην Ακαδημία Αθηνών, Κέντρο Ερευνών Αστρονομίας και Εφαρμοσμένων Μαθηματικών (ΚΕΑΕΜ), στις 5 Απριλίου 2005, με τίτλο:

«*The generalized dark radiation*»

- Ομιλία στους μεταπτυχιακούς φοιτητές του Departament de Física, Universitat de les Illes Balears, Palma de Mallorca, Spain (26 Οκτωβρίου 2007) με τίτλο:

*Cosmological accelerating expansion: A gravitational Odyssey*

- Προσκαλεσμένη ομιλία στο Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Φυσικής στις 11 Δεκεμβρίου 2007, με τίτλο:

*Cosmological accelerating expansion: A gravitational Odyssey*

## Κριτής εργασιών σε διεθνή επιστημονικά περιοδικά και ινστιτούτα

- Κριτής για το ινστιτούτο Mathematical Reviews της Αμερικάνικης Ένωσης Μαθηματικών (American Mathematical Society).

- Ενεργός κριτής για τα διεθνή επιστημονικά περιοδικά:

- *Advances in High Energy Physics*
- *Astrophysics and Space Science*
- *General Relativity and Gravitation*
- *Journal of Mathematical Physics*
- *Journal of Physics A: Mathematical and General*
- *International Journal of Modern Physics A*
- *International Journal of Modern Physics D*
- *Physica D*
- *Physica Scripta*
- *Physical Review D*
- *Physics Letters A*
- *Physics Letters B*



- *Physical Review Letters*
- *New Journal of Physics (Institute of Physics)*
- *Symmetries, Integrability and Geometry: Methods and Applications*

### **Κριτής ερευνητικών προτάσεων σε διεθνή ερευνητικά και πανεπιστημιακά ινστιτούτα**

Επιστημονικός εμπειρογνώμονας ερευνητικών προτάσεων για μεταδιδακτορική έρευνα στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος National Fund for Scientific and Technological Development (Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, (Fondecyt)) το οποίο χρηματοδοτείται από το National Commission for Scientific and Technological Research (Comision Nacional de Investigacion Cientifica y Tecnologica, (Conicyt)) της Χιλής (Chile).

### **Μέλος διεθνών οργανισμών και ινστιτούτων**

- Μέλος της Διεθνούς Ένωσης Γενικής Σχετικότητας και Βαρύτητας (International Society on General Relativity and Gravitation).
- Μέλος της Ισπανικής Ένωσης Γενικής Σχετικότητας και Βαρύτητας (SEGRE).

### **Συμμετοχή σε διεθνή ερευνητικά πρόγραμματα**

Ως μέλος της ερευνητικής ομάδας Relativity and Gravitation (Carlos Bona, Pantelis Apostolopoulos, Jaume Carot, Alicia Sintès) του Departament de Fisica, Universitat de les Illes Balears συμμετείχα ενεργά στα ακόλουθα ερευνητικά προγράμματα:

- “*Deteccion de ondas gravitacionales, algoritmos de analisis de datos, agujeros negros binarios y materia oscura en Galaxias (Detection of gravitational waves, algorithm for analyzing the data for binary black holes and dark matter in Galaxies)*”.  
Ministerio de Ciencia y Tecnologia, Plan Nacional de Fisica de Particulas, grant FPA-2007-60220 (2007-2011).
- “*Red Tematica de Relatividad y Gravitacion (Thematic network in relativity and gravitation)*”.  
Ministerio de Educacion y Ciencia, Accion Complementaria del Plan Nacional de Investigacion Cientifica, grant FIS2005-25317-E (2006-2007).
- “*Relativitat i Gravitacio (Relativity and Gravity)*”.  
Govern de les Illes Balears, grant PCTIB-2005-GC2-06 (2006-2008).
- “*Deteccion de ondas gravitacionales y materia oscura (Detection of gravitational waves and dark matter)*”.  
Govern de les Illes Balears, (2007-2008).

## Ακαδημαϊκό διοικητικό έργο

- Μέλος της επιτροπής αξιολόγησης έκτακτων Επιστημονικών/Εργαστηριακών Συνεργατών της Κατεύθυνσης Β: Συντήρησης Πολιτισμικής Κληρονομιάς του Τμήματος Τεχνολόγων Περιβάλλοντος του ΤΕΙ Ιονίων Νήσων για το ακαδημαϊκό έτος 2017-2018.
- Σχεδίαση, Ανάπτυξη και Υλοποίηση της ιστοσελίδας της Κατεύθυνσης Α: Τεχνολογιών Φυσικού Περιβάλλοντος του Τμήματος Τεχνολόγων Περιβάλλοντος του ΤΕΙ Ιονίων Νήσων.
- Πρόεδρος της επιτροπής «Πρακτικής Άσκησης» φοιτητών του Τμήματος Τεχνολόγων Περιβάλλοντος του ΤΕΙ Ιονίων Νήσων για το ακαδημαϊκό έτος 2017-2018.

## Εκπαιδευτική δραστηριότητα

### Ακαδημαϊκό Διδακτικό έργο

- Έμμισθος Επιστημονικός Συνεργάτης στο Τ.Ε.Ι. Πελοποννήσου, Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής (Οκτώβριος 2018- Φεβρουάριος 2019).

Αυτοδύναμη διδασκαλία στα ακόλουθα μαθήματα:

1. «Φυσική Ι» (Ηλεκτρομαγνητισμός) του 1ου έτους, για το χειμερινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους 2018-2019 (Θεωρία).
  2. «Ηλεκτρικά Κυκλώματα» του 1ου έτους, για το χειμερινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους 2018-2019 (Εργαστήριο).
- Επίκουρος Καθηγητής στο ΤΕΙ Ιονίων Νήσων, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Τεχνολόγων Περιβάλλοντος (Φεβρουάριος 2017 – Μάρτιος 2018). Αυτοδύναμη διδασκαλία στα θεωρητικά και εργαστηριακά μαθήματα:
    - «Γενικές αρχές Φυσικής» του 1<sup>ου</sup> εξαμήνου.
    - «Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας II» του 6<sup>ου</sup> Εξαμήνου.
    - «Ρευστομηχανική» του 4<sup>ου</sup> Εξαμήνου.
    - «Επιστήμη Υλικών» του 2<sup>ου</sup> έτους.
    - «Φυσική II» του 3<sup>ου</sup> Εξαμήνου.

Συνδιδασκαλία των εργαστηριακών μαθημάτων «Βάσεις Περιβαλλοντικών Δεδομένων», «Μεθοδολογία Φυσικοχημικών Αναλύσεων».

- Πανεπιστημιακός υπότροφος στο ΤΕΙ Ιονίων Νήσων, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Τεχνολόγων Περιβάλλοντος (Οκτώβριος 2016- Ιανουάριος 2017). Αυτοδύναμη διδασκαλία στα ακόλουθα μαθήματα:
  1. «Γενικές αρχές Φυσικής» (Θεωρία) του 1<sup>ου</sup> έτους για το χειμερινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους 2016-2017.

Συνδιδασκαλία του εργαστηριακού μαθήματος «*Επιστημονικό Λογισμικό*» του 1<sup>ου</sup> έτους για το χειμερινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους **2016-2017**.

- Έμμισθος Επιστημονικός Συνεργάτης (στη βαθμίδα του Επίκουρου Καθηγητή) στο Τ.Ε.Ι. Μεσολογγίου, Τμήματα Τηλεπικοινωνιακών Συστημάτων και Δικτύων (ΤΕ.ΣΥ.Δ) (**Μάρτιος 2010-Ιούνιος 2013**) και στο Τμήμα Αυτοματισμού (**Οκτώβριος 2012 – Ιούνιος 2013**).

**Αυτοδύναμη** διδασκαλία στα ακόλουθα μαθήματα:

1. «*Φυσική Ι*» (*Ηλεκτρομαγνητισμός*) του 1ου έτους, για το εαρινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους **2009-2010** και για τα χειμερινά εξάμηνα των ακαδημαϊκών ετών **2010-2011, 2011-2012, 2012-2013** (Θεωρία).
  2. «*Φυσική ΙΙ*» (*Κυματική-Γεωμετρική Οπτική*) του 1ου έτους, για το χειμερινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους **2010-2011** και για τα εαρινά εξάμηνα των ακαδημαϊκών ετών **2010-2011, 2011-2012, 2012-2013** (Θεωρία).
  3. «*Ηλεκτρικά Κυκλώματα*» του 2ου έτους, για το χειμερινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους **2012-2013** (Θεωρία και Εργαστήριο).
  4. «*Εισαγωγή στην Ηλεκτρονική*» του 1ου έτους, για το εαρινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους **2012-2013** (Θεωρία και Εργαστήριο).
  5. «*Ηλεκτροδυναμική/Ρευστομηχανική*» του 1ου έτους, για το εαρινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους **2012-2013** (Θεωρία).
- Εντεταλμένος Επίκουρος Καθηγητής (Π.Δ. 407/80) στο Πανεπιστήμιο Στερεάς Ελλάδας, Σχολή Εφαρμοσμένων Επιστημών, Τμήμα Πληροφορικής με εφαρμογές στη Βιοϊατρική. **Αυτοδύναμη** διδασκαλία του προπτυχιακού μαθήματος «*Φυσική*» του 1ου έτους, για το χειμερινό εξάμηνο του ακαδημαϊκού έτους **2004-2005**.
  - Συνδιδασκαλία του μεταπτυχιακού μαθήματος επιλογής «*Θεωρία της Γενικής Σχετικότητας*» του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ, για το εαρινό εξάμηνο των ακαδημαϊκών ετών **2003-2004** και **2004-2005**.

### **Επίβλεψη Πτυχιακών Εργασιών**

- Άρτουρ Πέρο του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής (πρώην ΤΕ.ΣΥ.Δ) του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας. Τίτλος πτυχιακής εργασίας: «*Συστήματα Fuzzy: Νεότερες Εξελίξεις και Υπολογιστικές Εφαρμογές στη Θεωρία Αποφάσεων*» το ακαδημαϊκό έτος **2011-2012**.
- Δημήτρης Βαρούτσος του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής (πρώην ΤΕ.ΣΥ.Δ) του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας. Τίτλος πτυχιακής εργασίας: «*Αξιοποίηση και ανάπτυξη των δυνατοτήτων λογισμικού αναλυτικών και αριθμητικών υπολογισμών με εφαρμογές στη Θεωρητική Κοσμολογία και Αστροφυσική*» (**2012 -**).

- Δημήτρης Γρουίτσας του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής (πρώην ΤΕ.ΣΥ.Δ) του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας. Τίτλος πτυχιακής εργασίας: «*Ασύρματη μετάδοση πληροφορίας μέσω υποατομικών σωματιδίων (Neutrinos)*» το ακαδημαϊκό έτος **2012-2013**.
- Ευαγγελία-Μαρία Δημουλιά του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής (πρώην ΤΕ.ΣΥ.Δ) του ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας. Τίτλος πτυχιακής εργασίας: «*Μελέτη και αναλυτική παρουσίαση τεχνολογίας καταναμεμένων δικτύων αισθητήρων οπτικών ινών και πεδία επιτυχημένης εφαρμογής τους*» (2013 - ).
- Νέστωρας – Γεώργιος Αβαρκιώτης της Σχολής Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Τεχνολόγων Περιβάλλοντος. Τίτλος πτυχιακής εργασίας: «*Η πορεία της συντήρησης και της ανάδειξης του ρωμαϊκού ψηφιδωτού «Αγώνες», 2ο – 3ο αι. π.Χ.» (Ιανουάριος 2018).*

### **Συγγραφικό έργο**

- Οργάνωση των εργαστηριακών ασκήσεων του μαθήματος «*Ρευστομηχανική*» του 4<sup>ου</sup> Εξαμήνου και συγγραφή σημειώσεων οι οποίες είναι στη διάθεση των φοιτητών του Τμήματος μέσω της ηλεκτρονικής διεύθυνσης <http://users.uoa.gr/~papost/>.
- Συγγραφή σημειώσεων για τα προπτυχιακά μαθήματα «*Φυσική I*» και «*Φυσική II*» του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής (πρώην ΤΕ.ΣΥ.Δ.) και για το προπτυχιακό μάθημα (**Θεωρία και Εργαστήριο**) «*Ηλεκτρικά Κυκλώματα*» του Τμήματος Αυτοματισμού του (πρώην) Τ.Ε.Ι. Μεσολογγίου. Οι σημειώσεις ήταν στη διάθεση των φοιτητών του Τμήματος μέσω της ηλεκτρονικής διεύθυνσης <http://users.uoa.gr/~papost/> και οι οποίες μοιράζονταν στους φοιτητές ως ανεξάρτητο σύγγραμμα από το Τ.Ε.Ι. Μεσολογγίου.
- Συγγραφή σημειώσεων για το προπτυχιακό μάθημα «*Φυσική*» του Τμήματος Πληροφορικής με εφαρμογές στη Βιοϊατρική, του (πρώην) Πανεπιστημίου Στερεάς Ελλάδας, οι οποίες ήταν στη διάθεση των φοιτητών του Τμήματος μέσω της ηλεκτρονικής διεύθυνσης <http://users.uoa.gr/~papost/>.
- Επικουρία και επιστημονική επιμέλεια στα πανεπιστημιακά συγγράμματα του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ για το μάθημα του 4ου εξαμήνου:  

*«Θεωρία της Ειδικής Σχετικότητας. Μέρος Α και Β»*

με συγγραφέα τον Καθηγητή κ. Μιχάλη Τσαμπαρλή.
- Επικουρία για τη συγγραφή και την προετοιμασία των σημειώσεων του μαθήματος επιλογής του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ:  

*«Θεωρία της Γενικής Σχετικότητας»*

με κύριο διδάσκοντα τον Καθηγητή κ. Μιχάλη Τσαμπαρλή.

### **Διδακτικό έργο στη δευτεροβάθμια και μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση**

- Εκπαιδευτής στο Ιδιωτικό **ΙΕΚ Βέργη** στα μαθήματα: *Επεξεργασία Animation, Σχεδίαση και Ανάπτυξη ιστοσελίδων, Επεξεργασία Εικόνας, Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Windows, Δομές Δεδομένων, Αρχιτεκτονική Υπολογιστών, Επικοινωνίες Δεδομένων (2012 - 2016)*.
- Εκπαιδευτικός Φυσικής Μέσης Εκπαίδευσης στα Ιδιωτικά Εκπαιδευτήρια «**Αναγέννηση ΙΚΕ**», κατά τα σχολικά έτη **2013-2014** και **2014-2015**.

#### **Προδιδακτορικό διδακτικό έργο**

- Εργαστηριακά μαθήματα στους φοιτητές του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ στο μάθημα «*Φυσική III, Ηλεκτρομαγνητισμός*» του 3ου εξαμήνου κατά τα ακαδημαϊκά έτη **1995-1996, 1997-1998** και **1998-1999**.
- Εκπαιδευτής στη Σχολή Προγραμματιστών ΚΟΡΕΛΚΟ στα μαθήματα: *Γλώσσες Προγραμματισμού Pascal και C, Σχεδίαση Προγράμματος-Ανάπτυξη Αλγορίθμων, Δομές Δεδομένων, Λειτουργικά Περιβάλλοντα, Επεξεργασία Εικόνας (Corel Draw 9.0)*, κατά τα ακαδημαϊκά έτη **2000-2001, 2001-2002** και **2002-2003**.
- Εκπαιδευτικός Φυσικής και Πληροφορικής σε φροντιστήρια Μέσης Εκπαίδευσης κατά τα σχολικά έτη **2000-2004**.

#### **Διάφορες δραστηριότητες**

#### **Συμμετοχή σε ελληνικά πρόγραμματα εφαρμοσμένης έρευνας**

- ΠΕΝΕΔ «*Αντικειμενικές Καμπύλες Ξήρανσης και βελτιστοποίηση συνθηκών ξήρανσης συναγωγής*» (3472 ΕΡΕ/986/31-3-91 με επιστημονικό υπεύθυνο τον Καθηγητή Μιχάλη Τσαμπαρλή).
- ΕΠΕΤ II «*Ανάπτυξη Σταθμών Ξήρανσης για την παραγωγή ενός νέου τύπου φυσικής σταφίδας και άλλων φρούτων* (ΕΠΕΤ II #290 με επιστημονικό υπεύθυνο τον Καθηγητή Μιχάλη Τσαμπαρλή).

Στα πλαίσια των προαναφερθέντων προγραμμάτων κύριο ερευνητικό μου αντικείμενο ήταν η **ανάπτυξη αισθητηρίων, αυτοματοποιημένων συστημάτων μέτρησης φυσικών μεγεθών και διαδικασιών, συστήματα αυτόματου ελέγχου συσκευών και μηχανών και μοντελοποίηση**. Βασική κατεύθυνση εφαρμογής των ανωτέρω δραστηριοτήτων αρχικά ήταν στην ηλιακή ενέργεια και κατόπιν στη ξήρανση (μέσω φυσικού αερίου) γεωργικών, κυρίως προϊόντων, καθώς και στην αυτοματοποίηση καθετοποιημένων γραμμών παραγωγής ξηρών γεωργικών προϊόντων (Σταθμοί Ξήρανσης). Ως αποτέλεσμα υλοποίησης των τεχνικών αυτών κατέστη δυνατή η υλοποίηση

*συστήματος μετρήσεων on line, προφίλ ενεργειακής κατανάλωσης και ανάπτυξη προσομοιωτή ξηραντηρίου τούνελ.*

### **Ξένες Γλώσσες**

Άριστη γνώση της Αγγλικής, καλή γνώση της Γαλλικής και εμπειρική γνώση Ισπανικής.

### **Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές**

Άριστη γνώση χειρισμού και προγραμματισμού Ηλεκτρονικών Υπολογιστών τόσο σε επίπεδο μικροπρογραμματισμού όσο και σε επίπεδο εφαρμογών. Ανάπτυξη κώδικα στις μαθηματικές πλατφόρμες MATHEMATICA, MAPLE, DERIVE, MATLAB τόσο για την προσδιορισμό αναλυτικών λύσεων συστήματος σύνθητων διαφορικών εξισώσεων όσο και για την αριθμητική προσέγγιση λύσεων συστήματος σύνθητων και με μερικές παραγώγους διαφορικών εξισώσεων. Επιπλέον δόθηκε έμφαση στην πλήρη περιγραφή των εξισώσεων του βαρυτικού πεδίου σε κινηματικούς και δυναμικούς όρους μέσω των εξισώσεων διάδοσης και συνδέσμων οι οποίες προκύπτουν από τη διάσπαση των Εξισώσεων Πεδίου είτε του κενού είτε με οποιοδήποτε δυναμικό πεδίο.

### **Υποτροφίες-Διακρίσεις**

- Επιχορήγηση για μεταδιδακτορική έρευνα τριετούς διάρκειας (2007-2009) στο Departament de Fisica, Universitat de les Illes Balears, Palma de Mallorca, Spain, από το Ισπανικό Υπουργείο Παιδείας και Επιστημών ( Ministerio de Educacion y Ciencia, Programme Juan de la Cierva). Η ερευνητική μου πρόταση αξιολογήθηκε ως **τριακοστή έκτη (36)** ανάμεσα στο σύνολο των προτάσεων (όλων των επιστημονικών ειδικοτήτων) σε όλα τα Πανεπιστημιακά και Ερευνητικά Ιδρύματα της Ισπανίας.
- Επιχορήγηση για μεταδιδακτορική έρευνα το **2006** στο Departament de Fisica, Universitat de les Illes Balears, Palma de Mallorca, Spain, από το Ισπανικό Υπουργείο Παιδείας και Επιστημών ( Ministerio de Educacion y Ciencia, grant No SB2004-0110).
- Υπότροφος του Ιδρύματος Κρατικών Υποτροφιών (Ι.Κ.Υ.) κατά τα ακαδημαϊκά έτη **1998-2000** για την εκπόνηση διδακτορικής διατριβής στο Τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών.
- Υπότροφος του Ιδρύματος Κρατικών Υποτροφιών (Ι.Κ.Υ.) το ακαδημαϊκό έτος **1994-1995** στα πλαίσια του Ευρωπαϊκού προγράμματος «ERASMUS» και συνεργασία με τον Professor Edgar Ellbaz του Universite Claude Bernard-Lyon I στη Γαλλία.

# ΣΥΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΟΛΕΣ

## 1. Dr. Carles Bona

*Θέση:* Professor  
*Διεύθυνση:* Universitat de les Illes Balears,  
Departament de Física,  
Cra. Valldemossa pk 7.5,  
E-07122 Palma de Mallorca,  
Spain

*E-mail:* [cbona@uib.es](mailto:cbona@uib.es)

*Τηλ.:* (+34) 34 971 17 3222

*Φαξ:* (+34) 971 173426

## 2. Dr. Graham Hall

*Θέση:* Professor  
*Διεύθυνση:* University of Aberdeen,  
Department of Mathematical Sciences,  
Meston Building,  
Aberdeen AB24 3UE,  
Scotland, UK

*E-mail:* [g.hall@maths.abdn.ac.uk](mailto:g.hall@maths.abdn.ac.uk)

*Τηλ.:* (+44) 01224-272748

*Φαξ:* (+44) 01224-272607

## 3. Dr. Roy Maartens

*Θέση:* Professor  
*Διεύθυνση:* University of Portsmouth,  
Institute of Cosmology and Gravitation,  
Portsmouth PO1 2EG,  
England, UK

*E-mail:* [roy.maartens@port.ac.uk](mailto:roy.maartens@port.ac.uk)

*Τηλ.:* (+44) 023 9284 5147

*Φαξ:* (+44) 023 9284 5626

#### 4. Dr. Jaume Carot

*Θέση:* Professor  
*Διεύθυνση:* Universitat de les Illes Balears,  
Departament de Fisica,  
Cra. Valldemossa pk 7.5,  
E-07122 Palma de Mallorca,  
Spain  
*E-mail:* [jcarot@uib.es](mailto:jcarot@uib.es)  
*Τηλ.:* (+34) 971 173225  
*Φαξ:* (+34) 971 173426

#### 5. Δρ. Κωνσταντίνος Σφέτσος

*Θέση:* Καθηγητής  
*Διεύθυνση:* Πανεπιστήμιο Αθηνών,  
Τμήμα Φυσικής,  
Τομέας Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων,  
Πανεπιστημιούπολη, Ζωγράφος, 15771,  
Αθήνα, Ελλάδα  
*E-mail:* [kstetsos@phys.uoa.gr](mailto:kstetsos@phys.uoa.gr)  
*Τηλ.:* (+210) 7276938  
*Φαξ:* (+210) 7276987

#### 6. Δρ. Νικόλαος Τετράδης

*Θέση:* Καθηγητής  
*Διεύθυνση:* Πανεπιστήμιο Αθηνών,  
Τμήμα Φυσικής,  
Τομέας Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων,  
Πανεπιστημιούπολη, Ζωγράφος, 15771,  
Αθήνα, Ελλάδα  
*E-mail:* [ntetrad@phys.uoa.gr](mailto:ntetrad@phys.uoa.gr)  
*Τηλ.:* (+210) 7276907  
*Φαξ:* (+210) 7276987



### **7. Δρ. Μιχάλης Τσαμπαρλής**

*Θέση:* Καθηγητής (Ομότιμος)  
*Διεύθυνση:* Πανεπιστήμιο Αθηνών,  
Τμήμα Φυσικής,  
Τομέας Αστροφυσικής-Αστρονομίας-Μηχανικής,  
Πανεπιστημιούπολη, Ζωγράφος, 15783,  
Αθήνα, Ελλάδα  
*E-mail:* [mtsampa@phys.uoa.gr](mailto:mtsampa@phys.uoa.gr)  
*Τηλ.:* (+210) 7276856  
*Φαξ:* (+210) 7276725

### **8. Δρ. Θεοχάρης Αποστολάτος**

*Θέση:* Αναπληρωτής Καθηγητής  
*Διεύθυνση:* Πανεπιστήμιο Αθηνών,  
Τμήμα Φυσικής,  
Τομέας Αστροφυσικής-Αστρονομίας-Μηχανικής,  
Πανεπιστημιούπολη, Ζωγράφος, 15783,  
Αθήνα, Ελλάδα  
*E-mail:* [tapostol@phys.uoa.gr](mailto:tapostol@phys.uoa.gr)  
*Τηλ.:* (+210) 7276902  
*Φαξ:* (+210) 7276725

**Ετεροαναφορές στις εργασίες (560/650) (h-index=12)**

**ΠΗΓΕΣ:** [Inspires Hep](#), [NASA Astrophysics Data System \(ADS\)](#), [Google Scholar](#).

# ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

## 1. Ερευνητικό Ιστορικό

### 1.1. Συνοπτικό Βιογραφικό Σημείωμα

Εισήχθη στο Τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών το 1988. Κατά τη διάρκεια των προπτυχιακών μου σπουδών το ενδιαφέρον μου στράφηκε στα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά και στη συνέχεια κύρια ενασχόλησή μου ήταν θέματα Διαφορικής Γεωμετρίας και οι εφαρμογές της στη Σχετικιστική Κοσμολογία και Αστροφυσική. Ταυτόχρονα ασχολήθηκα με τον προγραμματισμό Η/Υ σε περιβάλλον MS-DOS, UNIX και αργότερα σε περιβάλλοντα Windows και Linux καθώς και με την ανάπτυξη κώδικα (σε γλώσσες Pascal και C καθώς και κάτω από αλγεβρικές πλατφόρμες) για την εκτέλεση συμβολικών και αναλυτικών υπολογισμών (π.χ. αναλυτική και αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων δευτέρας τάξεως, μελέτη των εξισώσεων του βαρυτικού πεδίου κ.ο.κ.). Το 1992 εργάστηκα σε θέματα Γεωμετρικών Συμμετριών στη Θεωρία της Ειδικής και Γενικής Σχετικότητας κάτω από την επίβλεψη του Καθηγητή Μιχάλη Τσαμπαρλή και το 1993 εκπόνησα μία ερευνητική διατριβή με τίτλο «*Μαθηματική θεμελίωση των Γεωμετρικών Συμμετριών*» η οποία παρουσιάστηκε στο Πανεπιστήμιο Claude Bernard Lyon I (Lyon, France) την περίοδο 1994-1995, όπου μετέβη μέσω υποτροφίας του Ιδρύματος Κρατικών Υποτροφιών (I.K.Y.). Κατά τη διάρκεια της παραμονής μου συνεργάστηκα με τον Καθηγητή Edgar Elbaz του Τμήματος Φυσικής σε θέματα Θεωρητικής Κοσμολογίας και Κβαντικής Θεωρίας της Βαρύτητας.

Το 1995 έλαβα το πτυχίο Φυσικής και την ίδια χρονιά εισήχθη ως Υποψήφιος Διδάκτορας του Τμήματος Φυσικής με γνωστικό αντικείμενο «*Συμμετρίες ανώτερης τάξης στη Θεωρία της Γενικής Σχετικότητας*» με κύριους επιβλέποντες τον Καθηγητή Μ. Τσαμπαρλή και τον Αναπλ. Καθηγητή Θεοδόσιο Χριστοδουλάκη. Μετά την περάτωση των στρατιωτικών μου υποχρεώσεων (περίοδος 1996-1997) υπήρξα υπότροφος του I.K.Y. για την εκπόνηση διδακτορικής διατριβής (περίοδος 1998-2000). Κύρια ερευνητική μου δραστηριότητα ήταν η εύρεση μίας γεωμετρικής μεθόδου ενιαίας περιγραφής των ανώτερων συμμετριών και η αξιοποίηση των προκύπτόντων περιορισμών για την αποσαφήνιση του ρόλου τους στη δυναμική περιγραφή του βαρυτικού πεδίου. Μερικά από τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν σε διάφορα Πανελλήνια συνέδρια μεταξύ των ετών 1998-2001 και οδήγησαν στην εκπόνηση εργασίας με τίτλο «*Φυσική Ερμηνεία των Σύμμορφων Συμμετριών*» η οποία κατατέθηκε στο Πανεπιστήμιο Αθηνών το 2001. Τον Αύγουστο του 2003, μετά από πρόσκληση, μετέβη στο Πανεπιστήμιο του Aberdeen και συνεργάστηκα με τον Professor Graham S. Hall στην ερευνητική ομάδα του οποίου, παρουσίασα τα αποτελέσματα τα οποία εκτίθενται στην **Εργασία 7** και αποτέλεσε την έναρξη της ερευνητικής μας συνεργασίας. Το Δεκέμβριο του 2003 μου απονεμήθει ο τίτλος του Διδάκτορα Φυσικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Έχω διατελέσει έμμισθος μεταδιδακτορικός ερευνητής στο τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών τη **διετία 2004 - 2005** όπου συνεργάστηκα με τον Καθηγητή Νικόλαο Τετράδη και Αναπληρωτή Καθηγητή Θεοδόσιο Χριστοδουλάκη σε θέματα κλασσικής και κβαντικής βαρύτητας. Την περίοδο **Νοέμβριος 2005 - Φεβρουάριος 2009** διετέλεσα έμμισθος μεταδιδακτορικός ερευνητής στο Τμήμα Φυσικής του Universitat de les Illes Balears, Spain.

Την περίοδο **Μάρτιος 2010 - Ιούνιος 2013** ως Έμμισθος Επιστημονικός Συνεργάτης στο Α.Τ.Ε.Ι. Δυτικής Ελλάδας (Τμήματα Τηλεπικοινωνιακών Συστημάτων/Δικτύων (ΤΕ.ΣΥ.Δ.) και Αυτοματισμού), το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιάστηκε στη μελέτη τηλεπικοινωνιακών συστημάτων με τη χρήση νετρίνων (**Neutrino-based communications**), στην εφαρμογή των **Fuzzy Systems** στη θεωρία Αποφάσεων και στο σχεδιασμό και ανάπτυξη **κατανεμημένου δικτύου αισθητήρων μέσω οπτικών ινών (e.g. Fiber Sensor Applications in Dynamic Monitoring of Structures, Boundary Intrusion and Optical Ground Wire Fibers)**. Ως Επίκουρος Καθηγητής στο ΤΕΙ Ιονίων Νήσων, οι προαναφερθείσες τεχνολογίες δύναται να εφαρμοστούν άμεσα προς όφελος των κατευθύνσεων «*Τεχνολόγων Φυσικού Περιβάλλοντος*» και «*Συντήρησης Πολιτισμικής Κληρονομιάς*» του Τμήματος Τεχνολόγων Περιβάλλοντος.

Είμαι ενεργό μέλος της ερευνητικής ομάδας Relativity and Gravitation (Carlos Bona, Pantelis Apostolopoulos, Jaume Carot, Alicia Sintes) και διατηρώ ενεργές συνεργασίες με τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Αθηνών Νικόλαο Τετράδη σε θέματα σεναρίων μεμβρανών και Σχετικιστικής Κοσμολογίας και με τον Professor Graham Hall (University of Aberdeen, Department of Mathematical Sciences, Scotland) σε θέματα Διαφορικής Γεωμετρίας. Διατηρώ επίσης δεσμούς με τον Professor Roy Maartens (University of Portsmouth, Institute of Cosmology and Gravitation, England) σε θέματα σεναρίων μεμβρανών και στο συναλλοίωτο φορμαλισμό των Εξισώσεων Einstein σε τετραδιάστατες και πενταδιάστατες γεωμετρίες, καθώς και με τον Αναπληρωτή Καθηγητή Χρήστο Τσάγκα (Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Τμήμα Φυσικής) σε θέματα κλασικής θεωρίας διαταραχών στη Σχετικιστική Κοσμολογία και Αστροφυσική.

## 1.2. Προδιδακτορική ερευνητική δραστηριότητα

Κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διδακτορικής μου διατριβής κύρια ερευνητική κατεύθυνση ήταν η εύρεση μίας γεωμετρικής μεθοδολογίας για τον καθορισμό των γεννητόρων Διανυσματικών Πεδίων (Δ.Π.) ορισμένων σημαντικών κατηγοριών ανώτερων συμμετριών και ταυτόχρονα η ενσωμάτωση των επαγόμενων γεωμετρικών και κινηματικών περιορισμών στις Εξισώσεις Πεδίου (Ε.Π.). Επιπλέον αποσαφηνίστηκε ο ρόλος τον οποίο παίζουν είτε οι γεννήτορες Δ.Π. είτε τα ευρεθέντα μοντέλα στη γεωμετρική και δυναμική περιγραφή του συνόλου των λύσεων των Ε.Π. Τα αποτελέσματα τα οποία προέκυψαν από την ανωτέρω θεωρητική ανάλυση των γεωμετρικών, κινηματικών και δυναμικών συνδέσμων αξιοποιήθηκαν σε δύο κατευθύνσεις:

- A.** Για την εύρεση αναλυτικών λύσεων των Ε.Π. σε σημαντικά κοσμολογικά και αστροφυσικά μοντέλα (είτε μοντέλα κενού είτε με θερμοδυναμικό ρευστό). Οι λύσεις αυτές αποδείχθηκε ότι ικανοποιούν τις ενεργειακές συνθήκες Hawking-Ellis και, εν γένει, μπορούν ικανοποιητικά να χρησιμοποιηθούν για την περιγραφή των αρχικών σταδίων δημιουργίας του Σύμπαντος αλλά και για τον προσδιορισμό της δομής αστροφυσικών μοντέλων υψηλής ενεργειακής πυκνότητας.
- B.** Στη φυσική (δυναμική) ερμηνεία των προκύπτόντων γεωμετρικών και κινηματικών μεγεθών όπως π.χ. διατηρούμενα ρεύματα και ο ρόλος τους στην ποιοτική και ποσοτική περιγραφή κοσμολογικών και αστροφυσικών μοντέλων.

Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε σε σημαντικές κλάσεις γεωμετριών όπως στο χωρικά ομογενές και ισότροπο Robertson-Walker χωροχρόνο ο οποίος αποτελεί το γεωμετρικό υπόβαθρο για το καθιερωμένο κοσμολογικό μοντέλο Friedmann-Lemaître (FL), σε σύμμορφα συσχετισμένους με (ολικά διασπάσιμους)  $\{1+3\}$  (ολόνομοι τύποι  $R_2, R_3, R_4, R_6, R_{10}, R_{13}$ ) και  $\{2+2\}$  (ολόνομος τύπος  $R_7$ ) χωροχρόνους, στα χωρικά ομογενή αλλά ανισότροπα κοσμολογικά μοντέλα τύπων Bianchi I, VIII, IX και σε σφαιρικά/επίπεδα/υπερβολικά συμμετρικούς χωροχρόνους. Συγκεκριμένα μελετήθηκαν οι συνέπειες στη γεωμετρική δομή γενικών  $\{1+(n-1)\}$  ολικά διασπασίμων (pseudo-) Riemannian πολλαπλοτήτων, από την ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών (CVFs) και αποδείχθηκε ότι ικανή και αναγκαία συνθήκη είναι να επιδέχεται η εμβαπτισμένη  $(n-1)$ -πολλαπλότητα gradient proper and non-null CVFs. Σημαντικό πλεονέκτημα της ανωτέρω γεωμετρικής προσέγγισης είναι η συναλλοιότητα των συνθηκών αυτών και ο έλεγχος ύπαρξης CVFs ( κριτήριο ύπαρξης) σε οποιοδήποτε  $\{1+(n-1)\}$  ολικά διασπασίμες (pseudo-)Riemannian πολλαπλότητες. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν σημαντικές οικογένειες χωροχρονικών πολλαπλοτήτων ( $n=4$ ) όπως τα Gödel-type ομογενή μοντέλα και το FL κοσμολογικό μοντέλο στα οποία δόθηκε η πλήρης άλγεβρα Lie σύμμορφων συμμετριών (**Εργασίες 19, 28, 29, 30**).

Στην περίπτωση του ολόνομου τύπου  $R_7$  η μελέτη ανέδειξε το σημαντικό ρόλο των χώρων σταθερής καμπυλότητας στην ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών. Ειδικότερα αποδείχθηκε ότι η ύπαρξη (proper) σύμμορφων συμμετριών επιβάλλουν η 4-διάστατη πολλαπλότητα να είναι σύμμορφα επίπεδη ή, ισοδύναμα, οι δύο 2-χώροι είναι σταθερών (μη μηδενικών) και αντίθετων καμπυλοτήτων. Με βάση τα προαναφερθέντα αμιγώς γεωμετρικά αποτελέσματα, καθορίστηκε η σύμμορφη άλγεβρα στους Locally Rotationally Symmetric (LRS) χωροχρόνους στους οποίους ανήκουν σημαντικές οικογένειες αστροφυσικών και κοσμολογικών μοντέλων (π.χ. οι στατικοί και σφαιρικά συμμετρικοί χωροχρόνοι). Επιπλέον επιλύθηκαν πλήρως οι Ε.Π. για

την περίπτωση κατά την οποία το υλικό περιεχόμενο του χωροχρόνου είναι ορθογώνιο ιδανικό ρευστό (non-tilted perfect fluid). Αποδείχθηκε ότι τα κοσμολογικά μοντέλα τα οποία επιδέχονται σύμμορφες συμμετρίες και ικανοποιούν τις συνθήκες ισοτροπικότητας Collins-Hawking τείνουν ασυμπτωτικά (στο μέλλον) σε πληθωριστικά μοντέλα με εξίσωση κατάστασης  $3p+\mu=0$  αναδεικνύοντας για πρώτη φορά την πιθανότητα συσχέτισης του φαινομένου του πληθωρισμού (inflation) με την ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών (**Εργασία 26**).

Για χωροχρονικές πολλαπλότητες γενικών ολόνομων τύπων προτάθηκε μία καινούρια μεθοδολογία προσδιορισμού των σύμμορφων συμμετριών η οποία βασίστηκε στο Θεώρημα Defrise-Hall και επιτρέπει την αναγωγή του προβλήματος της επίλυσης των πολύπλοκων εξισώσεων συμμετρίας (προσέγγιση που χρησιμοποιούνταν στη βιβλιογραφία μέχρι τότε) στον άμεσο προσδιορισμό συμμετριών χαμηλής τάξης γιαίδιου ολόνομου τύπου πολλαπλότητες. Με γνώμονα το γεγονός αυτό και την αξιοποίηση της (γνωστής) δομής της προκύπτουσας άλγεβρας Lie συμμετριών χαμηλής τάξης, δόθηκε η δυνατότητα για πρώτη φορά του πλήρους καθορισμού των σύμμορφων Δ.Π. καθώς και της μορφής του βαρυτικού πεδίου για ορισμένες κατηγορίες χωρικά ομογενών και στατικών γεωμετριών (**Εργασίες 25, 26**). Επιπλέον παρουσιάστηκε ένα καινούριο κοσμολογικό μοντέλο τύπου Bianchi I με ορθογώνιο μη ιδανικό ρευστό (non-tilted imperfect fluid) το οποίο τείνει ασυμπτωτικά (στο μέλλον) στο σύμπαν de Sitter (πληθωριστικό μοντέλο) ενισχύοντας την εκτίμηση ότι η ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών σε συνδυασμό με την παρουσία κινηματικού και δυναμικού ιξώδους τα οποία χαρακτηρίζουν τα μη ιδανικά ρευστά, ενσωματώνουν στα μοντέλα ένα (γεωμετρικό ή δυναμικό) μηχανισμό ο οποίος τα οδηγεί στον πληθωρισμό (**Εργασία 26**).

Ταυτόχρονα με τα προαναφερθέντα το ερευνητικό μου ενδιαφέρον κινήθηκε και σε συμμετρίες υψηλότερης τάξης από αυτής των σύμμορφων συμμετριών και συγκεκριμένα σε συμμετρίες των τανυστών Ricci και Einstein (Ricci and Matter Collineations (RCs and MCs)). Αξιοποιώντας γνωστά θεωρήματα από τη μελέτη των ισομετριών αναλύθηκαν πλήρως οι έννοιες των RCs and MCs και τα γεωμετρικά αποτελέσματα εφαρμόστηκαν στις κλάσεις των χωρικά ομογενών και στατικών γεωμετριών όπου και δόθηκε για πρώτη φορά η πλήρης άλγεβρα Lie των RCs and MCs (**Εργασίες 27, 24, 22, 20, 31**). Επίσης μελετήθηκαν, αναφορικά με τα κινηματικά και δυναμικά τους χαρακτηριστικά, τα μοντέλα Friedmann-Lemaître και Bianchi type I. Συγκεκριμένα:

α) Αποδείχθηκε ότι τα μοναδικά Friedmann-Lemaître κοσμολογικά μοντέλα τα οποία επιδέχονται proper RCs and MCs και έχουν γραμμική εξίσωση κατάστασης  $p=(\gamma-1)\mu$  είναι τα πληθωριστικά μοντέλα  $\gamma=2/3$  και  $k=0$  ενώ δίνονται αναλυτικές λύσεις των Ε.Π. για την περίπτωση μη γραμμικών εξισώσεων κατάστασης (**Εργασίες 19, 31**).

β) Αποδείχθηκε ότι Bianchi type I μοντέλα με μη γραμμική εξίσωση κατάστασης επιδέχονται proper RCs και δίνεται η ακριβής μορφή του γεννήτορα της συμμετρίας καθώς και οι διαφορικές συνθήκες τις οποίες ικανοποιούν οι συνιστώσες του τανυστή Ricci (**Εργασία 26**).

## 2. Ερευνητικά ενδιαφέροντα

Συνοπτικά, τα ερευνητικά μου ενδιαφέροντα κινούνται στα πλαίσια των εφαρμογών της Διαφορικής Γεωμετρίας στις ακόλουθες περιοχές:

1. Δυναμικά Συστήματα στη Σχετικιστική Κοσμολογία και Αστροφυσική.
2. Η βαρύτητα στα πλαίσια των σεναρίων μεμβρανών (brane-world scenarios).
3. Σκοτεινή Ύλη και Ενέργεια (Dark Matter and Dark Energy).
4. Τοπικές ανομοιογένειες και η επίδραση τους στην επιταχυνόμενη διαστολή του Σύμπαντος καθώς και ο σχηματισμός δομών στα πλαίσια της Θεωρίας της Γενικής Σχετικότητας.
5. Σχετικιστική Θεωρία Διαταραχών (Cosmological Perturbations: cosmic microwave background, large-scale structure and flows, magnetized perturbations, inflation).
6. Βαρυτική κατάρευση, Φυσική Μελανών Οπών και Cosmic Censorship Conjecture.
7. Σχετικιστική Θερμοδυναμική και Μαγνητοϋδροδυναμική, Σχετικιστική Κινητική Θεωρία, Βαρυτικά Κύματα.
8. Διαφορική Γεωμετρία, Διαφορικές Εξισώσεις και εφαρμογές.
9. Συστήματα αυτόματου ελέγχου, οπτικές ίνες, ασύρματα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, θεωρία αποφάσεων, Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας και Animation.

Συγκεκριμένα το ερευνητικό μου ενδιαφέρον έχει στραφεί, κυρίως, στις εξής βασικές κατευθύνσεις:

α) Στις φαινομενολογικές συνέπειες της θεωρίας των υπερχορδών σε κοσμολογικό επίπεδο. Συγκεκριμένα οι D-μεμβράνες αποτελούν υπερεπιφάνειες πάνω στις οποίες τα άκρα των ανοιχτών χορδών ικανοποιούν Dirichlet συνοριακές συνθήκες. Οι τρόποι ταλάντωσης των χορδών αντιστοιχούν σε στοιχειώδη σωματίδια σε χαμηλές ενέργειες. Όταν και τα δύο άκρα της χορδής κινούνται πάνω στην ίδια D-μεμβράνη τα αντίστοιχα στοιχειώδη σωματίδια είναι δεσμευμένα πάνω σε συγκεκριμένες υπερεπιφάνειες του χωρόχρονου. Οι κλειστές χορδές δεν δεσμεύονται από συνοριακές συνθήκες και τα σωματίδια που αντιστοιχούν στους τρόπους ταλάντωσης τους (ανάμεσα στα οποία είναι και το γκραβιτόνιο) μπορούν να κινούνται στον κύριο όγκο του συνολικού πολυδιάστατου χώρου (bulk). Οι θεωρήσεις αυτές προσφέρουν μια πρόσφατη υλοποίηση της παλαιότερης ιδέας ότι το ορατό μας Σύμπαν δεν είναι παρά μια 4-διάστατη υπερεπιφάνεια (3-μεμβράνη) σε χώρο με περισσότερες διαστάσεις. Η απαίτηση ώστε η βαρυτική αλληλεπίδραση πάνω στην 3-μεμβράνη να είναι αντίστροφη με την απόσταση επιβάλλει πρόσθετους περιορισμούς: ο κύριος χώρος πρέπει να είναι anti-de Sitter (AdS), δηλαδή να εμπεριέχει αρνητική κοσμολογική σταθερά. Η 3-μεμβράνη πρέπει να έχει κατάλληλη θετική ενέργεια κενού (τάση), ώστε να υπάρχει τρόπος ταλάντωσης της μηδενικής μάζας (zero mode) του γκραβιτόνιου ο οποίος να είναι εντοπισμένος πάνω στην 3-μεμβράνη. Με αυτές τις προϋποθέσεις, η φυσική συμπεριφορά πάνω στην 3-μεμβράνη για χαμηλές πυκνότητες ενέργειας μπορεί να περιγραφεί από τις εξισώσεις της καθιερωμένης FL κοσμολογίας με πιθανές μικρές αποκλίσεις. Το πρώιμο Σύμπαν χαρακτηρίζεται από μεγάλες ενεργειακές πυκνότητες και έχει μη συμβατική εξέλιξη, η οποία μπορεί να έχει αποτυπωθεί στην Κοσμική Ακτινοβολία Υποβάθρου (ΚΑΥ) (Cosmic Microwave Background (CMB)) και συνεπώς να είναι παρατηρήσιμη.

Με βάση την ανωτέρω θεώρηση, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσίαζε περίπτωση κατά την οποία στον πολυδιάστατο χώρο, εκτός της αρνητικής κοσμολογικής σταθεράς, ενσωματώνεται μια **ομοιόμορφη και**

**τυχαία** κατανομή ύλης. Κατά συνέπεια επάγεται ανταλλαγή (εισροή/εκροή) ενέργειας ανάμεσα στην 3-μεμβράνη και το bulk χώρο. Στη βιβλιογραφία έχουν παρουσιαστεί ορισμένα ειδικά μοντέλα στα οποία υπάρχει εκροή ενέργειας από τη μεμβράνη ενώ το πρόβλημα εισροής ενέργειας προς αυτήν παραμένει ανοιχτό. Π.χ. στην **Εργασία 17**, υποθέτοντας ότι η μετρική της 5-διάστατης πολλαπλότητας είναι στατική (ύπαρξη χρονικού Killing Vector Field (KVF)), επιλύθηκαν πλήρως οι προκύπτουσες Ε.Π. εργαζόμενοι στο σύστημα συντεταγμένων προσαπτόμενο στις ολοκληρωτικές γραμμές του KVF. Με τον τρόπο αυτό απλοποιήθηκε σε μεγάλο βαθμό η μεθοδολογία εύρεσης αναλυτικών λύσεων των Ε.Π. στον 5-διάστατο χώρο συγκριτικά με την καθιερωμένη, ως τότε, μεθοδολογία με χρήση του συστήματος συντεταγμένων κατά μήκος των ολοκληρωτικών γράμμων του καθέτου (normal) στη μεμβράνη (Gauss Coordinate System (GNS)). Μέσω των επαγόμενων εξισώσεων μετασχηματισμού, η μελέτη της εξέλιξης της 3-μεμβράνης πραγματοποιήθηκε στο GNS. Αποδείχθηκε ότι καθοριστικό ρόλο παίζουν: η μεταφορά ενέργειας προς το bulk χώρο και η συνεισφορά ενέργειας της συνεχούς υλικής κατανομής του 5-διάστατου χώρου (mirage component) η οποία έχει ως αποτέλεσμα τη διαφοροποίηση της εξίσωσης διάδοσης του παράγοντα κλίμακας (scale factor). Μία αξιοσημείωτη συνέπεια της ανωτέρω ανάλυσης ήταν η γενίκευση του όρου της mirage ή Weyl ή dark ακτινοβολίας η οποία σχετίζεται με τη μάζα της μελανής σπής στο bulk χώρο με τη **γενικευμένη ενεργό μάζα (generalized effective mass)** του ρευστού στον bulk χώρο το οποίο είχε υποθεθεί ως ιδανικό. Οι προοπτικές του σεναρίου αυτού παρουσιάστηκαν και συζητήθηκαν σε ομιλία στο Universitat de les Illes Balears (Spain) (Μάιος 2004) όπου μετέβη μετά από πρόσκληση του Professor Carlos Bona and Dr. Jaume Carot και αποτέλεσε την έναρξη της επιστημονικής μου συνεργασίας με την ερευνητική ομάδα του Universitat de les Illes Balears.

Το σημαντικότερο εμπόδιο για τη μελέτη της επίδρασης στην κοσμολογική εξέλιξη της μεμβράνης μη κενών 5-διάστατων χώρων ήταν και το γεγονός ότι ο καθορισμός μιας ακριβούς λύσης των γενικευμένων εξισώσεων του Einstein είναι εξαιρετικά δύσκολος. Προς την κατεύθυνση αυτή, στις **Εργασίες 14, 9, 7** αναπτύχθηκε ο αναγκαίος **συναλλοίωτος** φορμαλισμός ώστε να επιλυθεί **πλήρως** το πρόβλημα της παρουσίας τυχαίας κατανομής ύλης στον πολυδιάστατο bulk χώρο. Σημειώνεται ότι στην **Εργασία 14** μελετήθηκαν τα μοντέλα μεμβρανών Randall-Sundrum ενώ στις **Εργασίες 9, 7** τα αποτελέσματα γενικεύτηκαν για να συμπεριλάβουν μοντέλα στα οποία η 4-διάστατη δράση εμπεριέχει την βαθμωτή καμπυλότητα της εμβαπτυσμένης στον 5-διάστατο χώρο μεμβράνης (Dvali-Gabadadze-Porrati (DGP) models) ενώ η 5-διάστατη δράση μη γραμμικές (δευτέρου βαθμού) διορθώσεις προερχόμενες από την 5-διάστατη καμπυλότητα (**όρος Gauss-Bonnet**). Συγκεκριμένα, η ερευνητική μου προσπάθεια εστιάστηκε στην απόλυτα συνυφασμένη με τη γεωμετρία γενίκευση της  $\{1+3\}$  τοπικής ανάλυσης Schucking-Ellis στην περίπτωση των 5-διάστατων μοντέλων, μέσω της  $\{1+1+3\}$  τοπικής διάσπασης των γενικευμένων εξισώσεων του Einstein. Λόγω της προφανούς φυσικής σημασίας, η μελέτη μου επικεντρώθηκε στην περίπτωση κατά την οποία η γεωμετρία της εμβαπτυσμένης 3-μεμβράνης ταυτοποιείται με αυτήν του καθιερωμένου κοσμολογικού μοντέλου FL και η οποία χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη μίας 6-διάστατης ομάδας ισομετριών η οποία δρα πολλαπλώς μεταβατικά σε 3-διάστατες χωρικές υπερεπιφάνειες. Ταυτόχρονα, αξιοποιώντας τις εξισώσεις Gauss-Codacci για την 3-μεμβράνη, αποδεικνύεται για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία ότι για **οποιαδήποτε υλική κατανομή στον 5-διάστατο χώρο**, ο ρυθμός διαστολής του Σύμπαντος εξαρτάται αποκλειστικά από τη συναλλοίωτα οριζόμενη **συνκινούμενη ενεργό μάζα (comoving effective mass)  $M$**  του ρευστού στον bulk χώρο. Η συνεισφορά αυτή



ενσωματώνει επίσης και την επίδραση του 5-διάστατου τανυστή Weyl (bulk gravitons) και αντιπροσωπεύει μία *γενικευμένη σκοτεινή ακτινοβολία (generalized dark radiation)*. Το γενικό αυτό αποτέλεσμα έδωσε νέα ώθηση προς την κατεύθυνση της πλήρους κατανόησης των φαινομένων τα οποία οφείλονται στην παρουσία ύλης στον 5-διάστατο χώρο.

Συγκεκριμένα, η επίδραση της παρουσίας ύλης στο bulk χώρο σε κοσμολογικό επίπεδο μελετήθηκε σε διάφορα ακριβή μοντέλα σε συνεργασία με τον Καθηγητή Νικόλαο Τετράδη και τα αποτελέσματα παρουσιάστηκαν στις **Εργασίες 13, 11, 9, 7**. Εκτός των άλλων η μελέτη σε γενικευμένα μοντέλα Randall-Sundrum έδειξε ότι για *τυχαία υλική κατανομή*, η επιταχυνόμενη διαστολή του Σύμπαντος είναι δυνατή εάν η πίεση του ρευστού στον πολυδιάστατο χώρο είναι αρνητική (παραβιάζοντας με αυτόν τον τρόπο την null energy condition) ή εάν η ενεργός μάζα είναι αρνητική (το οποίο συνεπάγεται ότι το μοντέλο είναι ασταθές (unstable) ή επιτρέπει την ύπαρξη naked singularities). Μία αξιοσημείωτη φαινομενολογική συνέπεια της ανωτέρω ανάλυσης είναι η ισχύς μίας *ενεργούς εξίσωσης ενεργειακής διατήρησης* μεταξύ της 3-μεμβράνης και του 5-διάστατου χώρου. Αυτή η ενεργειακή διατήρηση μεταξύ των δύο συνεισφορών, υποδεικνύει την ισχύ ενός τύπου δυϊκότητας μεταξύ μίας γενικευμένης θεωρίας σε 5-διάστατο AdS χώρο και της αντίστοιχης 4-διάστατης θεωρίας, η πολύπλοκη δομή της τελευταίας ανακλάται στη μη τετριμμένη μορφή της εξίσωσης κατάστασης της συνεισφοράς από τη σκοτεινή ενέργεια (dark radiation).

Η επέκταση της μελέτης στην περίπτωση των μοντέλων DGP με ύλη, αποκάλυψε ένα ιδιαίτερα σημαντικό χαρακτηριστικό τους: η εξίσωση διάδοσης του παράγοντα κλίμακας της μεμβράνης, ενσωματώνει μία *γενικευμένη ενεργειακή πυκνότητα* (μέσω της θετικά οριζόμενης ενεργής μάζας του ρευστού στο bulk χώρο) η οποία εμφανίζεται με αρνητικό πρόσημο (**Εργασία 9**). Η ιδιότητα αυτή δεν οφείλεται στην παραβίαση της null energy condition (η οποία ικανοποιείται και στη μεμβράνη και στον 5-διάστατο χώρο) αλλά στη συγκεκριμένη δομή των γενικευμένων εξισώσεων Einstein της μεμβράνης. Επιπρόσθετα αποδείχθηκε ότι η μορφή της γενικευμένης σκοτεινής ενέργειας στην εξίσωση διάδοσης παρέχει όχι μόνο μία *εναλλακτική ερμηνεία για την επιταχυνόμενη διαστολή του Σύμπαντος* αλλά και έναν απλό φυσικό μηχανισμό για την μετάβαση από την περίοδο ακτινοβολίας στην περίοδο ύλης (*crossing the cosmological constant boundary*). Καθίσταται προφανές ότι οι συνέπειες του σεναρίου αυτού μπορούν να αξιοποιηθούν για την εξαγωγή ποιοτικών και ποσοτικών συμπερασμάτων αναφορικά με τη συμβατότητα και τους παρατηρησιακούς περιορισμούς των μοντέλων DGP με ή χωρίς ύλη καθώς επίσης και για να εξεταστεί λεπτομερειακά η πιθανότητα ο κοσμολογικός πληθωρισμός να προκαλείται ή να ενισχύεται μέσω φαινομένων μεταφοράς ενέργειας η οποία εισρέει στον Σύμπαν από την πρόσθετη διάσταση.

Τέλος αξίζει να σημειωθεί ότι ο φορμαλισμός ο οποίος αναπτύχθηκε στις **Εργασίες 9, 7** είναι ο ενδεδειγμένος για την ενσωμάτωση της θεωρίας διαταραχών (gauge invariant perturbation theory) Ellis-Bruni στην περίπτωση των σεναρίων μεμβρανών και η οποία θα δώσει τη δυνατότητα αποτελεσματικότερης ερμηνείας τόσο της παρουσίας τοπικών ανομοιογενειών οι οποίες παρατηρούνται στο Σύμπαν όσο και του μηχανισμού δημιουργίας και εξέλιξής τους στα πλαίσια των εναλλακτικών θεωριών βαρύτητας (γενικεύοντας στις 5 διαστάσεις τα αποτελέσματα της **Εργασίας 4**).

**β)** Οι παρατηρησιακές ενδείξεις για την επιταχυνόμενη διαστολή σε συνδυασμό με το ότι το πραγματικό Σύμπαν, αν και «σχεδόν» ισότροπο και ομογενές σε μεγάλες κλίμακες, παρουσιάζει ισχυρές τοπικές ανομοιογένειες, υποδεικνύει την ανάγκη για τη μελέτη αναλυτικών λύσεων των Ε.Π. οι οποίες περιγράφουν κοσμολογικά μοντέλα επαρκώς γενικότερα του καθιερωμένου FL μοντέλου και στα οποία θα μπορούσε να ελεγχθεί η συμβατότητά τους με τα παρατηρησιακά δεδομένα. Η ανάγκη αυτή ενισχύεται και από το γεγονός ότι η υπόθεση ενός «σχεδόν» FL μοντέλου για την περιγραφή της παρούσας φάσης του παρατηρούμενου Σύμπαντος, προϋποθέτει την υιοθέτηση ενός συνόλου εξαιρετικά ειδικών αρχικών συνθηκών (fine tuning of initial conditions) οι οποίες αποτελούν την εξελικτική πορεία (μέσω φυσικών, αλλά άγνωστων ως σήμερα, διεργασιών) πολύ γενικότερων συνθηκών. Επιπρόσθετα, δεν είναι προφανές ότι το Σύμπαν παρουσιάζει παρόμοιο βαθμό ισοτροπίας και ομογένειας σε πολύ μεγάλες χωρικές κλίμακες (π.χ. εκτός του ορίζοντα) ή σε πολύ μεγάλες/μικρές χρονικές κλίμακες (π.χ. κοντά στην αρχική ιδιομορφία). Προς τούτο είναι εξαιρετικά ενδιαφέρον να μελετηθούν ανομοιογενείς ή/και ανισοτροπικές γενικεύσεις του FL μοντέλου και να εξεταστεί κατά πόσο είναι δυνατόν να αποτελούν βιώσιμα μοντέλα για την δυναμική περιγραφή του Σύμπαντος στα διάφορα στάδια εξέλιξής του. Μια πρώτη διερευνητική προσπάθεια πραγματοποιήθηκε στην **Εργασία 10**. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο Lemaître-Tolman-Bondi (LTB) (σφαιρικά συμμετρική λύση μηδενικής πίεσης (dust)) ως διαταραχή σε ένα κατά τα άλλα FL μοντέλο, εξετάσθηκε η πιθανότητα η βαρυτική κατάρρευση του ανωτέρου σχηματισμού να επιδρά σημαντικά στην κοσμολογική εξέλιξη οδηγώντας το Σύμπαν σε περίοδο επιταχυνόμενης διαστολής. Θεωρώντας ότι ο παρατηρητής βρίσκεται μέσα στην ανομοιογενή δομή, της οποίας η ομογένεια αποκαθίσταται σε μεγάλες χωρικές κλίμακες, αποδείχθηκε ότι για ένα συγκεκριμένο εύρος μετατοπίσεων στο ερυθρό (redshifts)  $z$  (μέσα στο σύνολο των υπαρχόντων δεδομένων από Υπερκαινοφανείς (Supernova)), η μορφή της απόστασης λαμπρότητας (luminosity distance)  $d_L$  σαν συνάρτηση του  $z$  είναι **απόλυτα συμβατή** με επιταχυνόμενη διαστολή. Το συμπέρασμα αυτό επιβεβαιώθηκε αργότερα στη βιβλιογραφία και επιπλέον αποδείχθηκε ότι το μοντέλο Lemaître-Tolman-Bondi είναι συμβατό με τα υπάρχοντα παρατηρησιακά δεδομένα με **μεγαλύτερο επίπεδο εμπιστοσύνης (confidence level)** από το καθιερωμένο μοντέλο  $\Lambda$ CDM ( $\Lambda$  Cold Dark Matter). Είναι προφανές ότι το αποτέλεσμα αυτό δε σημαίνει ότι το μοντέλο Lemaître-Tolman-Bondi μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά και μονοσήμαντα ως εναλλακτικό κοσμολογικό μοντέλο αφού π.χ. η ύπαρξη σε αυτό ισχυρών ενδογενών ανισοτροπιών, το καθιστά ανεπαρκές συγκριτικά με το βαθμό ανισοτροπίας που παρατηρείται στη χαρτογράφηση της ΚΑΥ (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP)). Παρόλα αυτά αποτελεί μία πρώτη ενθαρρυντική ένδειξη ότι μέσα στα πλαίσια της 4-διάστατης σχετικιστικής θεωρίας της βαρύτητας, η αξιοποίηση γενικών κοσμολογικών μοντέλων με ποικιλομορφία στη δυναμική τους συμπεριφορά (π.χ. τα μοντέλα Szekeres τα οποία είναι μοναδικά μέσα στην οικογένεια των χωρικά ανομοιογενών και άστροφων κοσμολογικών μοντέλων (**Εργασία 22**)), είναι δυνατόν να αποκάλυψει εναλλακτικούς μηχανισμούς για μία ικανοποιητική φυσική ερμηνεία της κοσμολογικής εξέλιξης χωρίς την ανάγκη της σκοτεινής ενέργειας (**Εργασία 2, 4**).

**γ)** Ένα από τα σημαντικότερα κίνητρα για τη γεωμετρική και συναλλοίωτη περιγραφή των δυναμικών ιδιοτήτων αστροφυσικών μοντέλων, είναι η απαίτηση για μία πλήρως σχετικιστική περιγραφή της δομής αντικειμένων υψηλής ενεργειακής πυκνότητας και ο καθορισμός της καταστατικής εξίσωσης μεταξύ των θερμοδυναμικών μεταβλητών του ρευστού προκειμένου να αποσαφηνιστεί ο μηχανισμός εκπομπής και διάδοσης βαρυτικών κυμάτων. Ο παραπάνω στόχος είναι δυνατόν να επιτευχθεί με τη συνδυασμένη

αξιοποίηση των παρατηρησιακών δεδομένων από τους ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων (π.χ. LIGO, VIRGO, GEO600, TAMA300) και των υπαρχόντων θεωρητικών μοντέλων για διαφορεικά περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων ( differentially rotating neutron stars) ή συστήματα διπλών μελανών οπών. Επιπλέον, η ανωτέρω περιγραφή θα επιτρέψει μία ενδελεχή και ανεξάρτητη από το σύστημα συντεταγμένων (gauge invariant) σχετικιστική ανάλυση αξονικά συμμετρικών μοντέλων (axisymmetric models) προκειμένου να δοθεί μια εναλλακτική πρόταση για το σχηματισμό και την εξελικτική πορεία των γαλαξιών χωρίς την υιοθέτηση σκοτεινής ύλης (dark matter). Προς την κατεύθυνση αυτή η ερευνητική ομάδα στο Universitat de les Illes Balears βρίσκεται σε στενή συνεργασία με διάφορα Πανεπιστήμια και Ινστιτούτα του εξωτερικού όπως π.χ. το Max Planck Institut fur Gravitationsphysik, τα Πανεπιστήμια California Institute of Technology και Massachusetts Institute of Technology ενώ είναι ενεργό μέλος της LIGO Scientific Collaboration.

**δ)** Δεδομένης της αναγκαιότητας μελέτης γενικότερων κοσμολογιών που αναφέρθηκε στο σημείο **(γ)**, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει επίσης η ανάλυση της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς του συνόλου των λύσεων των Ε.Π. με τη βοήθεια της μεθόδου των **Δυναμικών Συστημάτων** (Δ.Σ.). Η πρόσφατη ανακάλυψη ότι τα μοντέλα κενού και ιδανικού ρευστού (ορθογώνια και μη) τα οποία επιδέχονται μία άλγεβρα Lie ομοιοθεσιών (HVs or Self-Similar models) αποτελούν την ασυμπτωτική (είτε στο παρελθόν είτε στο μέλλον) κατάσταση γενικότερων μοντέλων, ανέδειξε το σημαντικό ρόλο τον οποίο παίζουν οι ομοιοθετικές λύσεις ως **σημεία ισορροπίας (equilibrium points)** στο δυναμικό χώρο κατάστασης (dynamical state space). Με βάση το γεγονός αυτό παρουσιάστηκε η αναγκαιότητα καθορισμού όλων των ομοιοθετικών μοντέλων. Το πρόβλημα αυτό έχει επιλυθεί πλήρως για την, μεγίστης συμμετρίας, κοσμολογία Friedmann-Lemaître. Σε χωρικά ομογενή μοντέλα όπου η διάσταση της άλγεβρας Lie ισομετριών είναι  $d=4$  οι ομοιοθετικές λύσεις έχουν προσδιοριστεί και αναλυθεί πλήρως (**Εργασία 25**) ενώ για την περίπτωση διάστασης  $d=3$  (Bianchi cosmologies) αποδείχτηκε (**Εργασίες 23, 21**) ότι δεν υπάρχουν ομοιοθετικά μοντέλα τύπου  $VII_0$ ,  $VIII$ ,  $IX$  το οποίο υποδηλώνει ότι η ασυμπτωτική τους συμπεριφορά είναι χαοτική (chaotic-like). Σε συνέχεια της μελέτης αυτής, προσδιορίστηκε μία πλούσια οικογένεια **ομοιοθετικών κοσμολογικών μοντέλων** ιδανικού μη ορθογώνιου (tilted) ρευστού (**Εργασίες 18, 16, 15**) και παρουσιάστηκαν για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία **νέες λύσεις** των Ε.Π. με άμεση φυσική σημασία. Π.χ. από την ερευνητική ομάδα του Dalhousie University στον Καναδά (Alan Coley, Sigbjorn Hervik, Robert van den Hoogen and Woei Chet Lim) έχει ξεκινήσει η πλήρης δυναμική περιγραφή όλων των tilted μοντέλων τύπου Bianchi. Τα πρώτα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι οικογένειες λύσεων οι οποίες παρουσιάστηκαν στις **Εργασίες 18, 16, 15** αποτελούν τη μελλοντική κατάσταση (future attractor) για **όλα** τα χωρικά ομογενή μοντέλα τύπου  $VI_h$ , ανοίγοντας το δρόμο για μια ουσιαστικότερη κατανόηση του ρόλου των χωρικά ομογενών και ανισοτροπικών κοσμολογικών μοντέλων στην περιγραφή του πρώιμου ή/και κατοπινού Σύμπαντος. Για παράδειγμα, η ανάλυση της ασυμπτωτικής συμπεριφοράς της ιδιαίτερα ενδιαφέρουσας οικογένειας κοσμολογιών τύπου Bianchi  $VII_0$  (η οποία αποτελεί τη γενίκευση των επίπεδων Friedmann-Lemaître μοντέλων) με μη ορθογώνιο ρευστό θα οδηγήσει, εκτός των άλλων, στην αποκωδικοποίηση της επίδρασης των επιπλέον βαθμών ελευθερίας, μέσω των τανυστών διάτμησης (shear) και στροφής, (vorticity) οι οποίοι επάγονται από την παρουσία μη ορθογώνιων συνκινούμενων παρατηρητών, στην τάση για ισοτροπία (asymptotic isotropization) (**Εργασία 12**). Σημειώνεται ότι η ανωτέρω μελέτη είναι δυνατόν να επεκταθεί και στην περίπτωση γενικευμένων κοσμολογικών μοντέλων (**Εργασία 3**) αλλά και 5-διάστατων χωρικά ομογενών μοντέλων προκειμένου να

διερευνηθεί ο ρόλος των ομοιοθετικών μοντέλων ως τελικές μελλοντικές καταστάσεις γενικότερων μοντέλων (κενού ή με ορθογώνιο ιδανικό ρευστό) και να συγκριθεί η ασυμπτωτική συμπεριφορά τους με αυτήν των 4-διάστατων μοντέλων.

Τέλος, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει και η μελέτη της «κλασσικής» θεωρίας διαταραχών (σε 4-διάστατα μοντέλα) καθώς και ο ρόλος τον οποίο παίζει η παρουσία ασθενών ή ισχυρών αρχέγονων μαγνητικών πεδίων στην εμφάνιση τοπικών ανισοτροπιών στο Σύμπαν. Λόγω τους χωρικού χαρακτήρα των μεγεθών τα οποία περιγράφουν την ανισοτροπία (είτε στην ενεργειακή πυκνότητα είτε στην διαστολή (expansion)) αλλά και του ότι το μαγνητικό πεδίο είναι χωρικού τύπου Δ.Π., η χρήση της  $\{1+1+2\}$  τοπικής ανάλυσης Greenberg-Tsampralis επιτρέπει τη διεξοδικότερη και λεπτομερέστερη μελέτη της διάδοσης των ανισοτροπιών αποκαλύπτοντας με τον τρόπο αυτό τη σημαντικότητά τους (σε πρώτη τάξη) στη συγκεκριμένη χωρική διεύθυνση ένα γεγονός το οποίο έχει παραβλεφθεί χρησιμοποιώντας την  $\{1+3\}$  τοπική διάσπαση (**Εργασία 4**).

## ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

### 1. “*Intrinsic Conformal Symmetries in Szekeres models*”,

**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2017 *Modern Phys. Letters A* **32** 1750099 (preprint arXiv: 1611.09781 [gr-qc]).

Τα (πλήρως) ανομοιογενή και άστροφα μοντέλα Szekeres αποτελούν ακριβείς λύσεις των εξισώσεων πεδίου τα οποία δεν επιδέχονται καμία γενικευμένη γεωμετρική συμμετρία. Στην παρούσα εργασία αποδεικνύεται για πρώτη φορά στην βιβλιογραφία ότι οι ανωτέρω ανομοιογενείς και άστροφες κοσμολογικές και αστροφυσικές λύσεις επιδέχονται ενδογενείς γεωμετρικές συμμετρίες (ενδογενείς **σύμμορφες συμμετρίες**) οι οποίες δρουν σε διδιάστατες φυλλοποιήσεις χωρικού τύπου. Επιπλέον δίνονται ισχυρές ενδείξεις για την ύπαρξη 10-διάστατης άλγεβρας Lie ενδογενών σύμμορφων συμμετριών σε τρισδιάστατες φυλλοποιήσεις. Ως ενίσχυση της πεποίθησης αυτής δίνονται (επίσης για πρώτη φορά) η αντίστοιχη άλγεβρα Lie για τα μοντέλα Lemaitre-Tolman-Bondi τα οποία αποτελούν την απλούστερη υποπερίπτωση των μοντέλων Szekeres.

### 2. “*Szekeres models: a covariant approach*”,

**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2017 *Class. Quantum Grav.* **34** 095013 (preprint arXiv:1611.04569 [gr-qc]).

Αξιοποιούμε τη διάσπαση  $\{1+1+2\}$  προκειμένου να περιγράψουμε συναλλοίωτα τα πλήρως ανομοιογενή και ανισοτροπικά μοντέλα Szekeres. Αποδεικνύεται ότι μπορεί να οριστεί **συναλλοίωτα** μία διδιάστατη κλίμακα μήκους της οποίας η εξίσωση κίνησης ελέγχεται από την ενεργή βαρυτική μάζα (effective gravitational mass) που περιέχεται στο νέφος σκόνης. Οι συνεισφορές στην ενεργή βαρυτική μάζα συνίστανται από την ενεργειακή πυκνότητα του ρευστού και την ενέργεια του βαρυτικού πεδίου όπως αυτή ενσωματώνεται στο ηλεκτρικό μέρος του τανυστή Weyl. Επιπρόσθετα οι έννοιες του Φαινόμενου και Απόλυτου Ορίζοντα γεγονότων περιγράφονται χρησιμοποιώντας συναλλοίωτα μεγέθη όπως αυτά παρουσιάστηκαν στην παρούσα εργασία.

### 3. “*Vacuum self similar anisotropic cosmologies in $F(R)$ -gravity*”,

**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2017 *Gen. Relativ. Grav.* **49** no 4, 59 (preprint arXiv:1611.02013 [gr-qc]).

Έχουν προταθεί τροποποιήσεις της Θεωρίας Γενικής Σχετικότητας προκειμένου να απαντηθούν κοσμολογικά ερωτήματα τα οποία έχουν προκύψει από τα παρατηρησιακά δεδομένα και την αδυναμία τους να «συμβαδίσουν» με το καθιερωμένο κοσμολογικό μοντέλο χωρίς την εισαγωγή νέων δυναμικών παραμέτρων. Μία από αυτές τις τροποποιήσεις ενσωματώνει στην βαρυτική δράση όρους οι οποίοι είναι συναρτησιοειδή της βαθμωτής καμπυλότητας  $R$  ( **$F(R)$ -gravity**). Στα πλαίσια αυτά είναι αναγκαίο να προσδιοριστεί η ασυμπτωτική συμπεριφορά, είτε στο παρελθόν είτε στο μέλλον, των κοσμολογιών στις  $F(R)$  θεωρίες ώστε να αποκωδικοποιηθεί ο ρόλος των διορθώσεων καμπυλότητας αλλά και να συγκριθεί η δομή τους με τις κοσμολογίες στην καθιερωμένη θεωρία βαρύτητας. Προς τούτο μελετήθηκαν λύσεις κενού σε ανισοτροπικές αλλά ομογενείς γεωμετρίες (τύποι Bianchi) κάτω από την υπόθεση ύπαρξης ομοιοθετικών συμμετριών (Homothetic Vector Fields (HVF)). Τα προκύπτοντα μοντέλα, όπως και στη συμβατική θεωρία βαρύτητας, αποτελούν **κρίσιμα σημεία** (ή **σημεία ισορροπίας**) και ανάλογα με την ευστάθειά τους σημειοδοτούν μοντέλα

στα οποία τείνουν ασυμπτωτικά γενικότερα κοσμολογικά μοντέλα (είτε στα αρχικά στάδια είτε σε ύστερες περιόδους). Παρουσιάζονται μερικές **νέες ακριβείς λύσεις** των (γενικευμένων) εξισώσεων πεδίου και αποδεικνύεται η **μη ύπαρξη** ανισοτροπικών μοντέλων Kasner στην «καθαρή» θεωρία  $F(R)$  (δηλαδή  $R \neq 0$ ) γεγονός το οποίο ενισχύει την πεποίθηση ότι *οι διορθώσεις καμπυλότητας προλαμβάνουν την επίδραση της διάτμησης στα πρώιμα στάδια του Σύμπαντος επιτρέποντας **ισοτροπική** αρχική ιδιομορφία.*

**4. “Spatially inhomogeneous and irrotational geometries admitting Intrinsic Conformal Symmetries”,  
Pantelis S. Apostolopoulos, 2016 *Phys. Rev. D*94 124052 (preprint arXiv:1612.01853 [gr-qc]).**

Παρουσιάζονται για *πρώτη φορά στη βιβλιογραφία*, δύο νέες οικογένειες αναλυτικών λύσεων των κλασικών εξισώσεων πεδίου οι οποίες είναι ανομοιογενείς και ανισοτροπικές. Το δυναμικό περιεχόμενο συνίσταται από ρευστό το οποίο εμφανίζει ανισοτροπία μόνο στην ακτινική διεύθυνση. Τα μοντέλα αυτά δεν επιδέχονται καμία γενικευμένη συμμετρία αλλά αποδεικνύεται η ύπαρξη ενδογενών σύμμορφων συμμετριών (Intrinsic Conformal Vector Fields (ICVFs)) με δισδιάστατες τροχιές χωρικού και χρονικού τύπου. Κατά συνέπεια μπορούν να θεωρηθούν ως συμπληρωματικά των ήδη γνωστών μοντέλων Szekeres αναφορικά με την ενδογενή γεωμετρική τους φυλλοποίηση. Μία από τις σημαντικότερες ιδιότητές τους είναι η ύπαρξη διατηρούμενων ρευμάτων κατά μήκος φωτοειδών γεωδαισιακών (μέσω των ενδογενών σύμμορφων συμμετριών). Επιπρόσθετα τα μοντέλα αυτά μπορούν να γενικευθούν σε 5 διαστάσεις (σενάρια μεμβρανών) όπου η επαγόμενη 4-διάστατη υπερεπιφάνεια (μεμβράνη) είναι ανομοιογενής και ανισοτροπική αλλά ασυμπτωτικά συνδέεται με το καθιερωμένο κοσμολογικό μοντέλο Friedman-Robertson-Walker.

**5. “Effective cosmological equations of induced  $f(R)$  gravity”,**

**Pantelis S. Apostolopoulos, N. Brouzakis and N. Tetradis, 2010 *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 1008:032 (preprint arXiv:1006.4573 [hep-th])**

Η ενσωμάτωση στην 4-διάστατη δράση ενός γενικευμένου όρου ο οποίος είναι συναρτησιοειδής  $f(R)$  της βαθμωτής καμπυλότητας  $R$ , χρησιμοποιήθηκε τα τελευταία χρόνια προκειμένου να δοθεί μία εναλλακτική απάντηση στο πρόβλημα της επιταχυνόμενης διαστολής του Σύμπαντος χωρίς την ανάγκη εισαγωγής «σκοτεινής» ενέργειας της οποίας η φύση και ο φυσικός μηχανισμός δημιουργίας της αποτελεί σήμερα αντικείμενο έρευνας χωρίς ικανοποιητικά αποτελέσματα. Γενικεύοντας την ανάλυση της **Εργασίας 9**, η Lagrangean στην 4-διάστατη δράση εμπεριέχει **τυχαία** συναρτησιακή συσχέτιση με τη βαθμωτή καμπυλότητα της 3-μεμβράνης (Generalized Dvali-Gabadadze-Porrati (DGP) or  $f(R)$ -Induced Gravity models). Οι γενικευμένες συνθήκες Israel (σχετιζόμενες με την ασυνέχεια των πρώτων παραγώγων των μετρικών συναρτήσεων) στην συναλλοιώτη μορφή τους σε συνδυασμό με τις Gauss-Codacci εξισώσεις μας επέτρεψαν την **πλήρη δυναμική** περιγραφή των επαγόμενων 5-διάστατων και κατ'επέκταση 4-διάστατων μοντέλων. Αμέση συνέπεια της προαναφερθείσας μελέτης ήταν ο καθορισμός των εξισώσεων Friedmann και Raychaudhuri οι οποίες, εκτός από τον όρο της «γενικευμένης σκοτεινής ενέργειας» προερχόμενο από τον 5-διάστατο χώρο (**bulk gravitons and supersymmetric particles**), ενσωματώνουν και μία 4-διάστατη διόρθωση η οποία προέρχεται από ανώτερης τάξης παραγώγους των μετρικών συναρτήσεων δια μέσου του συναρτησιοειδούς  $f(R)$ . Επιπλέον για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία αποδεικνύεται μία **γενικευμένη εξίσωση**

*ενεργειακής διατήρησης* μεταξύ του bulk και brane χωροχρόνων η οποία προτάσει την ισχύ μία γενικότερης ισοδυναμίας μεταξύ του 5-διάστατου και 4-διάστατου χωροχρόνου υπό το πρίσμα της AdS/Conformal Field Theory (AdS/CFT correspondence) υπόθεσης.

6. “*Cosmology from an AdS-Schwarzschild black hole via holography*”,

**Pantelis S. Apostolopoulos**, George Siopsis Nikolaos Tetradis, 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 151301 (preprint arXiv:0809.3505 [hep-th]).

Για κάθε υπερβολική (συμπαγής) Einstein πολλαπλότητα σε οποιαδήποτε διάσταση, έχει δειχθεί (**Fefferman-Graham Theorem**) ότι υπάρχει σύστημα συντεταγμένων στο οποίο η μετρική μπορεί να γραφεί ως *ανάπτυγμα Fefferman-Graham*. Το σύνορο (boundary) της πολυδιάστατης πολλαπλότητας καθορίζεται από τη δομή της φυλλοποίησης την οποία έχουμε επιλέξει (ουσιαστικά από τη μορφή των **Fefferman-Graham συντεταγμένων**). Ξεκινώντας από τη γενική μορφή της AdS-Schwarzschild μελανής οπής προσδιορίζουμε το σύστημα συντεταγμένων μέσω του οποίου η AdS-Schwarzschild στατική μετρική γράφεται ως ανάπτυγμα Fefferman-Graham με σύνορο την Friedmann-Robertson-Walker μετρική. Με βάση το γεγονός αυτό εξάγουμε τις εξισώσεις για την κοσμολογική εξέλιξη αξιοποιώντας την αντιστοιχία AdS/CFT και χρησιμοποιώντας κατάλληλες συνοριακές συνθήκες.

7. “*Modified brane cosmologies with induced gravity, arbitrary matter content and a Gauss-Bonnet term in the bulk*”,

**Pantelis S. Apostolopoulos**, N. Brouzakis, N. Tetradis and E. Tzavara, 2008 *Phys. Rev. D* **76** 084029 (preprint arXiv:0708.0469 [hep-th]).

Μη γραμμικές συνεισφορές του τανυστή καμπυλότητας στη 5-διάστατη δράση (όρος **Gauss-Bonnet**), είναι δυνατόν να επαχθούν στα πλαίσια της 10-διάστατης θεωρίας χόρδων μέσω κβαντικών διορθώσεων (radiative corrections) στον 5-διάστατο χωροχρόνο. Συμπεριλαμβάνοντας επιπλέον στην 4-διάστατη δράση, τη βαθμωτή καμπυλότητα της εμβαπτυσμένης μεμβράνης στον 5-διάστατο χώρο, μελετάται το προκύπτον θεωρητικό μοντέλο υποθέτοντας ότι ο 5-διάστατος χώρος περιέχει μία τυχαία κατανομή bulk πεδίων με αποτέλεσμα την εκροή/εισροή ενέργειας από και προς την μεμβράνη. Η παρουσία του τανυστή Lovelock  $H_{AB}$  καθιστά τις 5-διάστατες Ε.Π. καθώς και τις επαγόμενες εξισώσεις κίνησης στη μεμβράνη εξαιρετικά πολύπλοκες για τη μελέτη της κοσμολογικής εξέλιξης μέσω ακριβών λύσεων. Τροποποιώντας κατάλληλα το φορμαλισμό που είχε ήδη αναπτυχθεί (**Εργασία 14**) και με τη χρήση των εξισώσεων Gauss-Codacci τόσο της τετραδιάστατης μεμβράνης όσο και της τρισδιάστατης υπερεπιφάνειας κάθετης στους παρατηρητές που κείνται στη μεμβράνη, κατέστη δυνατό να εξαχθούν στη γενική τους μορφή και για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία, οι εξισώσεις Friedmann και Raychaudhuri που περιγράφουν τη δυναμική της μεμβράνης. Παρόμοια με τις περιπτώσεις των αμιγών σεναρίων μεμβρανών (με ή χωρίς την παρουσία της 4-διάστατης βαθμωτής καμπυλότητας στην δράση), η επίδραση του bulk χώρου καθορίζεται πλήρως από την συνκινούμενη ενεργό βαρυτική μάζα

(*comoving effective gravitational mass*)  $M$  του ρευστού στον bulk χώρο. Λόγω της διόρθωσης από τον τανυστή Lovelock, η κοσμολογική εξέλιξη χαρακτηρίζεται από την ισχύ μίας τριτοβάθμιας εξίσωσης την οποία ικανοποιεί η παράμετρος Hubble. Με βάση αυτά τα δυναμικά χαρακτηριστικά, προτάθηκε ο μηχανισμός μέσω του οποίου το Σύμπαν ξεκινάει με πεπερασμένη ενεργειακή πυκνότητα αποφεύγοντας πλήρως την αρχική ιδιομορφία.

8. ``Uniqueness of spatially inhomogeneous and irrotational silent universes of Petrov type D'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and Jaume Carot, 2007 Int. J. Modern Phys. A **22** 1983-2005 (preprint gr-qc/0605130).

Η συμβατότητα των εξισώσεων συνδέσμων με τις εξισώσεις διάδοσης για χωρικά ανομοιογενή, άστροφα και μηδενικής πίεσης κοσμολογικά μοντέλα (Spatially Inhomogeneous and Irrotational Silent (SIIS) universes) τύπου Petrov I, απαιτεί ότι οι σύνδεσμοι διατηρούνται κατά μήκος της χρονικής οικογένειας καμπυλών η οποία γεννάται από το διανυσματικό πεδίο της τετραταχύτητας του ρευστού. Η απαίτηση αυτή οδηγεί σε ένα νέο σύνολο εξισώσεων συνδέσμων γεγονός το οποίο υποδεικνύει ότι τα προκύπτοντα μοντέλα αντιστοιχούν στα χωρικά ομογενή μοντέλα τύπου Bianchi I για την περίπτωση κατά την οποία το μαγνητικό μέρος του τανυστή Weyl μηδενίζεται. Αξιοποιώντας το πλήρες σύνολο των εξισώσεων συνδέσμων και χρησιμοποιώντας στοιχεία από τη θεωρία της  $\{1+1+2\}$  ανάλυσης παρουσιάζουμε μία απλή και άμεση απόδειξη της παραπάνω εικασίας επιλύοντας με αυτόν τρόπο ένα μακροχρόνιο πρόβλημα στη βιβλιογραφία αναφορικά με την δυναμική δομή των SIIS μοντέλων. Το αποτέλεσμα αυτό αποδεικνύει ότι η Szekeres οικογένεια αναλυτικών λύσεων των Ε.Π. είναι μοναδική μέσα στο σύνολο των SIIS μοντέλων ενώ η μεθοδολογία που προτάθηκε μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά προκειμένου να εξεταστεί η ευρύτητα γενικότερων SIIS μοντέλων.

9. ``Late acceleration and  $w = -1$  crossing in induced gravity'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and N. Tetradis, 2006 Phys. Rev. D **74** 064021 (preprint hep-th/0604014).

Γενικεύονται τα αποτελέσματα της **Εργασίας 14** προκειμένου να συμπεριλάβουν μοντέλα στα οποία η 4-διάστατη δράση ενσωματώνει τη βαθμωτή καμπυλότητα της εμβαπτυσμένης στον 5-διάστατο χώρο 3-μεμβράνης (Dvali-Gabadadze-Porrati (DGP) or Induced Gravity models). Περιοριζόμενοι στην περίπτωση όπου η γεωμετρία της 3-μεμβράνης περιγράφεται από το καθιερωμένο κοσμολογικό μοντέλο FL δόθηκαν οι γενικευμένες εκφράσεις για τις εξισώσεις Friedmann και Raychaudhuri καθώς και της ανταλλαγής ενέργειας μεταξύ του bulk χώρου και της 3-μεμβράνης. Παρόμοια με την περίπτωση των μοντέλων Randall-Sundrum, αποδεικνύεται με συναλλοίωτο τρόπο και για κάθε υλικό περιεχόμενο του bulk χώρου ότι η κοσμολογική εξέλιξη καθορίζεται από τη *συνκινούμενη ενεργό μάζα* (*comoving effective mass*)  $M$  του ρευστού στον bulk χώρο. Η συνεισφορά αυτή ενσωματώνει επίσης και την επίδραση του 5-διάστατου τανυστή Weyl (bulk gravitons) και αντιπροσωπεύει μία *γενικευμένη σκοτεινή ακτινοβολία* (*generalized dark*



*radiation*). Η επέκταση της μελέτης στην περίπτωση των μοντέλων DGP με ύλη, αποκάλυψε άλλο ένα ιδιαίτερα σημαντικό χαρακτηριστικό τους: η εξίσωση διάδοσης του παράγοντα κλίμακας της μεμβράνης, ενσωματώνει μία γενικευμένη ενεργειακή πυκνότητα (μέσω της θετικά οριζόμενης ενεργής μάζας του ρευστού στο bulk χώρο) η οποία εμφανίζεται με αρνητικό πρόσημο. Η ιδιότητα αυτή δεν οφείλεται στην παραβίαση της null energy condition (η οποία ικανοποιείται και στη μεμβράνη και στον 5-διάστατο χώρο) αλλά στη συγκεκριμένη δομή των γενικευμένων εξισώσεων Einstein της μεμβράνης. Επιπρόσθετα αποδείχθηκε ότι η μορφή της γενικευμένης σκοτεινής ενέργειας στην εξίσωση διάδοσης παρέχει όχι μόνο μία εναλλακτική ερμηνεία για την επιταχυνόμενη διαστολή του Σύμπαντος αλλά και έναν απλό φυσικό μηχανισμό για την μετάβαση από την περίοδο ακτινοβολίας στην περίοδο ύλης (*crossing the cosmological constant boundary*).

**10.** ``Cosmological Acceleration and Gravitational Collapse'',

**Pantelis S. Apostolopoulos**, N. Brouzakis, N. Tetradis and E. Tzavara, 2006 *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **06** 009 ( preprint astro-ph/0603234 ).

Διερευνάται η πιθανότητα η παρούσα περίοδος επιταχυνόμενης διαστολής του ορατού Σύμπαντος να προκαλείται από την παρουσία τοπικών ανομοιογενειών στην ενεργειακή πυκνότητα. Στην περίπτωση κατά την οποία (τοπικά) ο χωροχρόνος είναι σφαιρικά συμμετρικός και το υλικό του περιεχόμενο συνίσταται από μηδενικής πίεσης (dust) ιδανικό ρευστό, ο προκύπτων σχηματισμός περιγράφεται από τη λύση Lemaître-Tolman-Bondi (LTB). Υποθέτουμε ότι ο παρατηρητής βρίσκεται μέσα στο ανομοιογενές σφαιρικά συμμετρικό ρευστό (είτε στο κέντρο είτε κοντά σε αυτό) και ότι η ομογένεια αποκαθίσταται σε μεγάλες αποστάσεις από το χωρικό σημείο που βρίσκεται η ανομοιογενής δομή. Συνεπώς οι τοπικές ενεργειακές ανομοιογένειες θεωρούνται ως διαταραχές σε ένα κατά τα άλλα FL μοντέλο. Στα πλαίσια του σεναρίου αυτού εξετάστηκε η πιθανότητα η βαρυτική κατάρρευση του ρευστού να επιδρά σημαντικά στην κοσμολογική εξέλιξη οδηγώντας το Σύμπαν σε περίοδο επιταχυνόμενης διαστολής. Με βάση το γεγονός ότι τα υπάρχοντα παρατηρησιακά δεδομένα προέρχονται από φωτεινές πηγές οι οποίες βρίσκονται σε συγκεκριμένη χωρική διεύθυνση σε σχέση με το κέντρο του υλικού σχηματισμού, η παράμετρος διαστολής (expansion parameter) μπορεί να οριστεί παράλληλα και κάθετα στη διεύθυνση αυτή, ανάλογα με το σημείο που εδράζεται ο παρατηρητής. Αποδεικνύεται ότι για οποιαδήποτε θέση του παρατηρητή μέσα στη ενεργειακή διαταραχή και για ένα συγκεκριμένο εύρος μετατοπίσεων στο ερυθρό (redshifts)  $z$  (μέσα στο σύνολο των υπάρχοντων δεδομένων από Υπερκαινοφανείς (Supernova)), η μορφή της απόστασης λαμπρότητας (luminosity distance)  $d_L$  σαν συνάρτηση του  $z$  είναι απόλυτα συμβατή με επιταχυνόμενη διαστολή.

**11.** ``The Generalized Dark Radiation and Accelerated Expansion in Brane Cosmology'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and Nikolaos Tetradis, 2006 *Phys. Letters B* **633** 409-414 (preprint hep-th/0509182).

Προτείνεται μία εναλλακτική προσέγγιση στο πρόβλημα της σκοτεινής ενέργειας στα πλαίσια των σεναρίων μεμβρανών, αξιοποιώντας τα γενικά αποτελέσματα τα οποία εκτέθηκαν στην Εργασία 16. Συγκεκριμένα

μελετάται η δυναμική εξέλιξη της μεμβράνης εμβαπτισμένη σε μία AdS 5-διάστατη γεωμετρία με τυχαίο υλικό περιεχόμενο γενικεύοντας τα υπάρχοντα αποτελέσματα για το κενό. Η ενεργός εξίσωση Friedmann ενσωματώνει, αντί της συνολικής μάζας της μελανής οπής για την περίπτωση του κενού, τη συναλλοίωτα οριζόμενη συνολική μάζα του υλικού περιεχόμενου του 5-διάστατου χώρου. Σε χαμηλές ενέργειες η εξέλιξη της μεμβράνης είναι ίδια με αυτή που προβλέπεται στα 4-διάστατα μοντέλα και περιέχει δύο υλικές συνεισφορές: την εντοπισμένη ύλη της μεμβράνης και το υλικό περιεχόμενο του 5-διάστατου χώρου. Η ενεργειακή διατήρηση μεταξύ των δύο συνεισφορών, υποδεικνύει την ισχύ ενός τύπου δυϊκότητας μεταξύ μίας γενικευμένης θεωρίας σε 5-διάστατο AdS χώρο και της αντίστοιχης 4-διάστατης θεωρίας, η πολύπλοκη φύση της τελευταίας ανακλάται στη μη τετριμμένη μορφή της εξίσωσης κατάστασης της συνεισφοράς από τη σκοτεινή ενέργεια.

**12.** "A geometric description of the intermediate behaviour for spatially homogeneous models",  
**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2005 Class. Quantum Grav. **22** 4425-4441 (preprint gr-qc/0506114).

Η ποιοτική μελέτη τετραδιάστατων κοσμολογικών μοντέλων, των οποίων η γεωμετρική δομή χαρακτηρίζεται από μία Lie άλγεβρα ισομετριών  $G_r$  με διάσταση  $r \leq 3$ , έδωσε τη δυνατότητα να εξαχθούν σημαντικά συμπεράσματα για τη συμπεριφορά των μοντέλων αυτών σε χρονικές περιόδους κοντά στην αρχική ιδιομορφία (initial singularity) ή ασυμπτωτικά στο μέλλον. Το κέρδος από μία τέτοια μελέτη έγκειται στη διερεύνηση, εάν οι κοσμολογικές λύσεις που προβλέπονται από τις Εξισώσεις Πεδίου στην κλασσική βαρύτητα, μπορούν να αξιοποιηθούν ώστε να περιγράψουν είτε τα δυναμικά χαρακτηριστικά του Σύμπαντος στις αρχικές φάσεις της δημιουργίας του είτε τη μελλοντική του κατάσταση, σε συνέπεια με τα υπάρχοντα παρατηρησιακά δεδομένα της επιταχυνόμενης διαστολής και την παρουσία τοπικών ανισοτροπιών στη διαστολή και τη διάτμηση του κοσμολογικού ρευστού. Η ταυτοποίηση των σημείων ισορροπίας (equilibrium points) του προκύπτοντος Δυναμικού Συστήματος, με ομοιοθετικές λύσεις των Ε.Π. σε όλα τα υπό μελέτη μοντέλα, αποδεικνύει ότι οι ασυμπτωτικές καταστάσεις των τελευταίων είναι δυνατόν να περιγραφούν σε γεωμετρικούς όρους ή όρους συμμετρίας, διευκολύνοντας με αυτόν τον τρόπο τόσο την εύρεση καινούριων σημείων ισορροπίας όσο και την αποτελεσματικότερη μελέτη του μηχανισμού που διέπει την κοσμολογική τους εξέλιξη (στο πνεύμα των **Εργασιών 23, 21, 18, 16, 15**). Κατά συνέπεια, τίθεται το πρόβλημα της γεωμετρικοποίησης της ενδιάμεσης συμπεριφοράς κοσμολογικών μοντέλων (intermediate behaviour) με τέτοιο τρόπο ώστε η στάσιμη κατάστασή τους (equilibrium state), όποτε αυτή υπάρχει, να αντιστοιχεί σε ομοιοθετικά μοντέλα. Προς την κατεύθυνση αυτή ήταν αναγκαίο να προσδιοριστεί μία γεωμετρική συμμετρία η οποία, αφενός θα αντιπροσωπεύει μία ενδογενή ιδιότητα των εξελισσόμενων (evolving) κοσμολογικών μοντέλων και αφετέρου θα επιβάλλει σε αυτά ασθενείς κινηματικούς και δυναμικούς περιορισμούς, έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ως εκείνος ο γεωμετρικός μηχανισμός που περιγράφει την ενδιάμεση συμπεριφορά τους. Προτείνοντας μία καινούρια μεθοδολογία για τη μελέτη γεωμετρικών συμμετριών και χρησιμοποιώντας τετραδικό φορμαλισμό με κανονικοποιημένες κινηματικές και δυναμικές μεταβλητές (ως προς την διαστολή), αξιοποιείται το σύνολο των Ε.Π. καθώς και οι επαγόμενες συνθήκες ολοκληρωσιμότητας (integrability conditions) από την ύπαρξη της συμμετρίας. Εφαρμόζοντας τα αποτελέσματα αυτά στα χωρικός ομογενή μοντέλα τύπου Bianchi class A, κενού ή με ορθογώνιο ιδανικό ρευστό με γραμμική εξίσωση κατάστασης,

αποδεικνύεται για πρώτη φορά στη βιβλιογραφία η συμβατότητα όλων των εξελισσόμενων μοντέλων τα οποία είναι Locally Rotationally Symmetric ή ανήκουν στην οικογένεια η οποία ικανοποιεί τη σχέση  $N^{\alpha}{}_{\alpha} = 0$ , με την ύπαρξη συμμετρίας την οποία καλούμε *Κινηματική Σύμμορφη Συμμετρία* (*Kinematical Conformal Symmetry* or *KCS*). Η συμμετρία αυτή αποτελεί (κινηματική) γενίκευση των σύμμορφων συμμετριών και μπορεί να θεωρηθεί ως μη γραμμική διαταραχή (non-linear perturbation) των ομοιοθεσιών πρώτου ή δεύτερου είδους. Πρέπει να σημειωθεί ότι η γεωμετρική περιγραφή γενικών κοσμολογικών λύσεων, μέσω της ύπαρξης KCS στα προαναφερθέντα μοντέλα, αποκαλύπτει το σημαντικό κινηματικό και δυναμικό ρόλο το οποίο παίζει μία γεωμετρική συμμετρία, για πρώτη φορά μετά την ανάδειξη της σημαντικότητας των ομοιοθετικών μοντέλων. Ταυτόχρονα σηματοδοτεί μία πρώτη ελπιδοφόρα προσπάθεια προς την κατεύθυνση της γεωμετρικοποίησης του συνόλου των χωρικά ομογενών (ή γενικότερων) κοσμολογικών μοντέλων καθώς και στην εύρεση τεχνικών για τον προσδιορισμό αναλυτικών λύσεων των Ε.Π. του κενού ή με ιδανικό ρευστό.

### 13. ``Mirage effects on the brane'',

**Pantelis S. Apostolopoulos**, N. Brouzakis, E. N. Saridakis and Nikolaos Tetradis, 2005 Phys. Rev. D72 044013 (preprint hep-th/0502115).

Στην εργασία αυτή παρουσιάζονται και συζητούνται οι συνέπειες, στην κοσμολογική εξέλιξη της μεμβράνης, από την παρουσία ύλης στον 5-διάστατο χώρο (bulk), εστιάζοντας τη μελέτη μας σε δυναμικές δομές οι οποίες αποτελούν γενικεύσεις αντιστοιχών 4-διάστατων μοντέλων. Με τον τρόπο αυτό ερευνάται η πιθανότητα επιταχυνόμενης διαστολής του Σύμπαντος που προβλέφθηκε από τα γενικά αποτελέσματα της **Εργασίας 14**, μέσω της υλικής κατανομής του 5-διάστατου χώρου η οποία, εφόσον δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμη, χαρακτηρίζεται ως mirage effect και είναι δυνατόν να ταυτοποιηθεί με τις διάφορες «σκοτεινές» συνιστώσες οι οποίες ενδέχεται να ευθύνονται για την επιταχυνόμενη διαστολή. Συγκεκριμένα μελετώνται τρεις μορφές υλικών κατανομών του 5-διάστατου χώρου: ανισοτροπικό ρευστό με αρνητική πίεση κατά μήκος της επιπλέον διάστασης, ιδανικό ρευστό μηδενικής πίεσης (dust model) και συνεισφορά από την παρουσία ενός global monopole (hedgehog). Σε κάθε περίπτωση, η κοσμολογική εξέλιξη της μεμβράνης επηρεάζεται από τις επαγόμενες mirage συνεισφορές οι οποίες, γενικά, περιγράφονται από την καθολικά οριζόμενη συνκινούμενη μάζα (comoving mass) του 5-διάστατου χώρου και οδηγούν σε διάφορες μορφές mirage όρων π.χ. κρύα σκοτεινή ύλη (cold dark matter) ή, στην περίπτωση του μονοπόλου, σε όρο mirage καμπυλότητας.

### 14. ``Brane Cosmological Evolution with a general bulk matter configuration'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and Nikolaos Tetradis, 2005 Phys. Rev. D71 043506 (preprint hep-th/0412246).

Στα πλαίσια της θεωρίας μεμβρανών και σε χαμηλές ενέργειες, η παρουσία ύλης σε ένα 5-διάστατο γεωμετρικό υπόβαθρο επιφέρει σημαντικές διαφοροποιήσεις στη δυναμική συμπεριφορά του καθιερωμένου

κοσμολογικού μοντέλου, μέσω της εξίσωσης διάδοσης του παράγοντα κλίμακας ( scale factor). Στην περίπτωση κατά την οποία η υλική κατανομή στον 5-διάστατο χώρο (bulk) προκύπτει από ποικίλλες μορφές αλληλεπίδρασης (π.χ. ύπαρξη ενός συζευγμένου βαθμωτού πεδίου, διάδοση βαρυτονίων στην πέμπτη χωρική διάσταση κ.ο.κ.) επιβάλλεται η γενικευμένη και πλήρης μελέτη θεωρώντας ότι το υλικό περιεχόμενο του 5-διάστατου χώρου είναι τυχαίο. Είναι προφανές, ότι η εύρεση αναλυτικών λύσεων των επαγόμενων Εξισώσεων Πεδίου για την περίπτωση αυτή, είναι εξαιρετικά δύσκολη συνεπώς καθίσταται αναγκαία η ανάπτυξη μίας μεθοδολογίας η οποία να μας επιτρέπει να εξάγουμε ολοκληρωμένα και γενικά συμπεράσματα, τα οποία θα δώσουν απάντηση σε ανοικτά ερωτήματα στην Κοσμολογία όπως η παρατηρούμενη επιτάχυνση στη διαστολή του Σύμπαντος σήμερα. Προς την κατεύθυνση αυτή και χρησιμοποιώντας την, απόλυτα συνυφασμένη με τη γεωμετρία, γενίκευση της  $\{1+3\}$  τοπικής διάσπασης Schucking-Ellis στην περίπτωση των 5-διάστατων σεναρίων μεμβρανών (braneworld scenarios), μελετήθηκε η επαγόμενη κοσμολογική εξέλιξη των 3-μεμβρανών όπως αυτή προκύπτει από την παρουσία μίας λείας και τυχαίας κατανομής ύλης στο 5-διάστατο χώρο. Λόγω της προφανούς φυσικής σημασίας, η μελέτη μας επικεντρώθηκε στην περίπτωση κατά την οποία η γεωμετρία της εμβαπτυσμένης 3-μεμβράνης ταυτοποιείται με αυτήν του καθιερωμένου κοσμολογικού μοντέλου Friedmann-Robertson-Walker (FRW) η οποία χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη μίας 6-διάστατης ομάδας ισομετριών η οποία δρα πολλαπλώς μεταβατικά σε 3-διάστατες χωρικές τροχιές. Παρατηρείται ότι, με βάση τη δομή αυτή, η γεωμετρία του 5-διάστατου χώρου αποτελεί άμεση γενίκευση της οικογένειας των 4-διάστατων ορθογώνιων και ανομοιογενών γεωμετριών οι οποίοι παρουσιάζουν (τοπικά) στροφική συμμετρία ( Locally Rotationally Symmetric (LRS) geometries). Ενσωματώνοντας τη συναλλοίωτη  $\{1+1+3\}$  τοπική ανάλυση (μέσω των γεωμετρικών και κινηματικών μεγεθών της διπλά συζευγμένης δέσμης της  $\{1+1+3\}$  τοπικής διάσπασης), γενικεύθηκαν οι περιορισμοί οι οποίοι προκύπτουν από τις ταυτότητες Bianchi για 5-διάστατες γεωμετρίες. Ταυτόχρονα, αξιοποιώντας τις εξισώσεις Gauss-Codacci για την 3-μεμβράνη, αποδεικνύεται για πρώτη φορά ότι για οποιαδήποτε υλική κατανομή στον 5-διάστατο χώρο, ο ρυθμός διαστολής του Σύμπαντος εξαρτάται αποκλειστικά από τη συναλλοίωτα οριζόμενη **συνκινούμενη ενεργό μάζα (comoving effective mass)  $M$**  του ρευστού στον bulk χώρο η οποία περικλείεται μέσα σε όγκο ακτίνας ίσης με τη μέση ακτίνα των 3-διάστατων χωρικών υπερεπιφανειών σταθερής καμπυλότητας. Η συνεισφορά αυτή ενσωματώνει τόσο τη δράση του 5-διάστατου ταυστή Weyl (bulk gravitons) όσο και φαινόμενα τα οποία οφείλονται στην παρουσία ύλης στον 5-διάστατο χώρο. Μία αξιοσημείωτη συνέπεια της μελέτης αυτής είναι η ισχύς μίας ενεργούς εξίσωσης διατήρησης μεταξύ της 3-μεμβράνης και του 5-διάστατου χώρου η οποία είναι δυνατόν να οδηγήσει το Σύμπαν σε επιταχυνόμενη διαστολή.

**15.** "Equilibrium points of the tilted perfect fluid Bianchi  $VI_h$  state space",

**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2005 Gen. Rel. Grav. **37** 937-952 (preprint gr-qc/0407040).

Η παρούσα εργασία αποτελεί την τελευταία της σειράς των **Εργασιών 23, 21, 18, 16** με τις οποίες ολοκληρώνεται ο καθορισμός των ομοιοθετικών μοντέλων με μη ορθογώνιο ιδανικό ρευστό σε χωρικά ομογενείς γεωμετρίες, γενικεύοντας όλα τα αντίστοιχα αποτελέσματα για τις περιπτώσεις κενού και ορθογώνιου ιδανικού ρευστού. Συγκεκριμένα η μελέτη επικεντρώνεται στην περίπτωση των μοντέλων

Bianchi τύπου  $VI_h$  όπου η σταθερά της ομάδας  $h \neq -1/9$  και μέσω του τετραδικού φορμαλισμού (orthonormal frame approach), δίνεται το σύνολο των εξισώσεων οι οποίες διέπουν τη χρονική εξέλιξη των κοσμολογιών τύπου  $VI_h$  καθώς και οι αλγεβρικοί περιορισμοί οι οποίοι επάγονται από τις Ε.Π. Το προκύπτον

δυναμικό σύστημα  $\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = f(\mathbf{x})$  περιγράφεται από συνήθεις διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης ενώ

καθορίζεται το διάνυσμα κατάστασης  $\mathbf{x}$  συναρτήσει των τετραδικών συνιστωσών της διάτμησης  $\Sigma_{\alpha\beta}$  και της χωρικής καμπυλότητας  $A_{\alpha}, n_{\alpha\beta}$  των τροχιών της 3-διάστατης ομάδας Lie ισομετριών. Αποδεικνύεται ότι ο

δυναμικός χώρος κατάστασης (dynamical state space)  $D$  είναι ένα γνήσιο και φραγμένο (bounded) υποσύνολο του  $\square^7$  γεγονός το οποίο δεικνύει την "ομαλή" (μη ταλαντωτική) ασυμπτωτική συμπεριφορά των αντίστοιχων κοσμολογικών μοντέλων καθώς και την ύπαρξη σημείων έλξης (past and future attractors) στο παρελθόν και στο μέλλον. Προς την κατεύθυνση αυτή προσδιορίζεται ένα μεγάλο πλήθος σημείων ισορροπίας για όλα τα μοντέλα τύπου  $VI_h$  τα οποία συμπεριλαμβάνουν σαν ειδική περίπτωση τα μοντέλα τύπου Bianchi

III για την τιμή  $h=-1$ . Μέσω αυτών προκύπτει μία **καινούρια οικογένεια μοντέλων** τύπου  $VI_h$  ( $h \neq -1$ ) η οποία αντιπροσωπεύεται από ομοιοθετικές λύσεις των Ε.Π. με μη ορθογώνιο ιδανικό ρευστό ενώ ταυτόχρονα αποδεικνύεται η μη ύπαρξη αντίστοιχων ομοιοθετικών λύσεων τύπου Bianchi III. Μελετάται η ευστάθεια του καινούριου σημείου ισορροπίας και βρίσκεται ότι η παράμετρος της ομάδας και η παράμετρος κατάστασης

$$\text{ικανοποιούν τις ανισότητες } h > -1/9 \wedge \gamma \in \left( \frac{2(3+\sqrt{-h})}{5+3\sqrt{-h}}, \frac{3}{2} \right) \text{ και } -1 < h < -1/9 \wedge \gamma \in \left( 1, \frac{2(3+\sqrt{-h})}{5+3\sqrt{-h}} \right).$$

Σε κάθε μία από τις προαναφερθείσες περιπτώσεις, τα σημεία ισορροπίας έχουν μία 5-διάστατη ευσταθή υπολλαπλότητα του  $D$  και είναι δυνατόν να αποτελούν μελλοντικά σημεία έλξης τουλάχιστον για γενικότερα

κοσμολογικά μοντέλα τα οποία ικανοποιούν τον περιορισμό  $n^\alpha_\alpha = 0$ . Σε γεωμετρικό επίπεδο αποδεικνύεται ότι αυτή η οικογένεια νέων αναλυτικών λύσεων των Ε.Π. χαρακτηρίζεται από παρόμοιες ιδιότητες με τις υπόλοιπες προσδιορισθείσες λύσεις τύπου Bianchi  $VI_0, VI_{1/9}$ . Συγκεκριμένα βρίσκεται ότι ανήκει στην υποκλάση  $n^\alpha_\alpha = 0$ , έχει μη μηδενική στροφή (rotational models), επιδέχεται ένα KVF με ορθογώνιες τροχιές ενώ ταυτόχρονα δίνεται η αναλυτική μορφή των ομοιοθετικών μετρικών. Σαν αντιπροσωπευτικό παράδειγμα

παρουσιάζεται η σημαντική υποκλάση μοντέλων στην οποία η παράμετρος κατάστασης είναι  $\gamma = \frac{4}{3}$

(radiation models), όπως αυτή παραμετροποιείται μέσω της σταθεράς της ομάδας  $h$ .

## 16. "Self-similar Bianchi models: II. Class B models",

**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2005 Class. Quantum Grav. **22** 323-338 ( preprint gr-qc/0411102).

Συνεχίζοντας τη μελέτη για την εύρεση των χωρικά ομογενών χωροχρόνων (Bianchi models) τα οποία επιδέχονται ένα HVF  $H$ , προσδιορίζεται αναλυτικά η ενδογενής γεωμετρική δομή όλων των μοντέλων της κλάσης B και ταυτόχρονα δίνεται η μορφή του γεννήτορα  $u^a$  της χρονικής οικογένειας καμπυλών, η οποία υποθέτουμε ότι κληρονομεί τη συμμετρία του βαρυτικού πεδίου (μέσω της σχέσης  $L_H u^a = -\psi u^a$ ). Λόγω της προφανής τους φυσικής σημασίας, εφαρμόζονται ταγενικά γεωμετρικά αποτελέσματα στην περίπτωση κατά

την οποία η πηγή του βαρυτικού πεδίου είναι ιδανικό ρευστό του οποίου οι γραμμές ροής ( flow lines) ταυτίζονται με τη χρονική οικογένεια καμπυλών  $u^a$  (συνκινούμενοι, με το ρευστό, παρατηρητές). Ως αποτέλεσμα, εκτός από την αναπαραγωγή όλων των γνωστών κοσμολογικών λύσεων τύπου Bianchi κλάσης B στο κενό ή με ορθογώνιο ιδανικό ρευστό, παρουσιάζεται για πρώτη φορά μία καινούρια οικογένεια μοντέλων τύπου  $VI_{-1/9}$  η οποία αντιπροσωπεύει τη γενική ομοιοθετική λύση των Ε.Π. με μη ορθογώνιο ιδανικό ρευστό. Η λύση αυτή ταυτοποιείται σαν σημείο ισορροπίας στον αντίστοιχο δυναμικό χώρο κατάστασης και αναλύονται τα γεωμετρικά, κινηματικά και δυναμικά χαρακτηριστικά του. Για παράδειγμα αποδεικνύεται ότι η οικογένεια αυτή ανήκει στην υποκλάση των μοντέλων τα οποία ικανοποιούν τον περιορισμό  $n^a_{;a} = 0$  ενώ ένας από τους γεννήτορες της 3-διάστατης ομάδας Lie ισομετριών έχει ορθογώνιες τροχιές δηλαδή ικανοποιεί τη σχέση  $X_{[a;b}X_{c]} = 0$  (hypersurface orthogonal). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μελέτη του εύρους τιμών της παραμέτρου κατάστασης  $\gamma$  η οποία ουσιαστικά καθορίζει την ευστάθεια (stability) του σημείου ισορροπίας. Συγκεκριμένα είχε βρεθεί σε προγενέστερες μελέτες, ότι τα μοντέλα με ορθογώνιο ιδανικό ρευστό και κενού είναι ευσταθή για τα διαστήματα  $\gamma \in (\frac{2}{3}, \frac{10}{9})$  και  $\gamma \in (\frac{10}{9}, \frac{4}{3})$  αντίστοιχα. Το καινούριο σημείο ισορροπίας βρίσκεται να είναι ευσταθές για το διάστημα  $\gamma \in (\frac{4}{3}, \frac{3}{2})$  όπως αναμενόταν, συμπληρώνοντας με τον τρόπο αυτό το σύνολο των ευσταθών μοντέλων τύπου  $VI_{-1/9}$ . Επιπρόσθετα, λόγω της ιδιάζουσας δυναμικής τους συμπεριφοράς, η ευρεθείσα λύση παίζει σημαντικό ρόλο στην ασυμπτωτική μελέτη των χωρικά ομογενών γεωμετριών και ενδέχεται να αποκαλύψει, εκτός πολλών άλλων φαινομένων, την επίδραση των επιπλέον δυναμικών βαθμών ελευθερίας στην τάση για ισοτροπία (isotropization) γενικότερων κοσμολογικών μοντέλων. Τέλος αποδεικνύεται ότι δεν υπάρχουν μοντέλα μη ορθογώνιου ιδανικού ρευστού τύπου III, IV, V,  $VII_h$  το οποίο συνιστά, τουλάχιστον για την περίπτωση των τύπων Bianchi IV, V, ότι ασυμπτωτικά στο μέλλον παραμένουν ισχυρώς ανισότροπα και μη ομοιοθετικά.

## 17. "Brane Cosmology with Matter in the Bulk I",

**Pantelis S. Apostolopoulos** and N. Tetradis, 2004 Class. Quantum Grav. **21** 4781-4791 (preprint hep-th/0404105).

Invited talk given at the Universitat de les Illes Balears, Spain (May 2004).

Η θεωρία των χορδών αποτελεί μια από τις πιο ελπιδοφόρες κατευθύνσεις για τις προσπάθειες κβάντωσης της βαρύτητας. Βασικά συστατικά αυτής της θεωρίας είναι οι D-μεμβράνες ( D-branes) ενώ ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν σενάρια στα οποία το παρατηρήσιμο σύμπαν ταυτίζεται με μια 3-μεμβράνη (μεμβράνη με 3-διάστατες χωρικές υπερεπιφάνειες σταθερής καμπυλότητας), ή με την τομή μεμβρανών περισσότερων διαστάσεων, που είναι εμβαπτισμένες σε ένα πολυδιάστατο χώρο ( bulk). Η γεωμετρία η οποία περιγράφει τον 5-διάστατο χώρο είναι warped έτσι ώστε η επιπλέον χωρική διάσταση να επιτρέπει την τοπική συγκέντρωση της βαρύτητας κοντά στη μεμβράνη ενώ σε χαμηλές ενεργειακές πυκνότητες αποκαθίστανται τα γνωστά

κοσμολογικά μοντέλα Friedmann- Lemaître. Στην παρούσα εργασία μελετάται η περίπτωση κατά την οποία ο 5-διάστατος χώρος δεν είναι κενός αλλά περιέχει μία ομοιόμορφη και συνεχή κατανομή ύλης και προσδιορίζονται οι εξισώσεις που περιγράφουν τη κοσμολογική εξέλιξη πάνω στη μεμβράνη. Η παρουσία ύλης στο 5-διάστατο χώρο συνεπάγεται την ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ του bulk και του brane το οποίο γεωμετρικά είναι ισοδύναμο με την υιοθέτηση μη ορθογώνιων παρατηρητών (tilted observers) για το bulk. Υποθέτοντας την ύπαρξη ενός KVF το οποίο είναι παράλληλο με την τετραταχύτητα του ρευστού στο bulk, επιλύονται πλήρως οι προκύπτουσες Εξισώσεις Πεδίου στο σύστημα συντεταγμένων κατά μήκος των ολοκληρωτικών γραμμών του KVF, για την περίπτωση γραμμικής και πολυτροπικής εξίσωσης κατάστασης. Με τον τρόπο αυτό γενικεύεται στις 5 διαστάσεις, η υπάρχουσα λύση για τις υλικές κατανομές οι οποίες παρουσιάζουν σφαιρική/επίπεδη/υπερβολική συμμετρία. Βρίσκεται ότι το προκύπτων μοντέλο είναι συμβατό μόνο για  $k=1$  το οποίο σημαίνει ότι το Σύμπαν πρέπει να είναι κλειστό. Καθορίζοντας τις εξισώσεις μετασχηματισμού οι οποίες μας επιτρέπουν να εκφράσουμε όλα τα προσδιορισθέντα κινηματικά και δυναμικά μεγέθη του μοντέλου στο σύστημα συντεταγμένων κατά μήκος των ολοκληρωτικών γραμμών του καθέτου (normal) στη μεμβράνη, παρουσιάζονται οι εξισώσεις διάδοσης της ενεργειακής πυκνότητας και του παράγοντα κλίμακας (scale factor) της μεμβράνης στις οποίες καθοριστικό ρόλο παίζει η μεταφορά ενέργειας από τη μεμβράνη στον 5-διάστατο χώρο με συνεπακόλουθη ταχύτερη μείωση της ενεργειακής πυκνότητας της μεμβράνης από ότι μέχρι τώρα προβλεπόταν. Επιπλέον η παρουσία του 5-διάστατου χώρου (bulk) είναι δυνατόν να ανιχνευτεί μόνο από τη συνεισφορά ενέργειας της συνεχούς υλικής κατανομής (mirage components) η οποία έχει ως αποτέλεσμα τη διαφοροποίηση της εξίσωσης διάδοσης του παράγοντα κλίμακας.

**18.** ``On tilted perfect fluid Bianchi type VI<sub>0</sub> self-similar models'',

**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2004 Gen. Rel. Grav. **36** 1939-1945 ( preprint gr-qc/0310033).

Talk given in ``Second Aegean Summer School on the Early Universe'', Ermoupoli, Island of Syros.

Αξιοποιώντας τα γεωμετρικά αποτελέσματα της **Εργασίας 23** παρουσιάζεται η **γενική λύση** των Ε.Π. για την περίπτωση ομοιοθετικών μοντέλων με μη ορθογώνιο ιδανικό ρευστό τύπου Bianchi VI<sub>0</sub> στα οποία η

παράμετρος κατάστασης βρίσκεται στο διάστημα  $\gamma \in [\frac{6}{5}, \frac{3}{2})$ . Αποδεικνύεται ότι τα μοντέλα αυτά ανήκουν

στην ευρύτερη οικογένεια κοσμολογιών η οποία ικανοποιεί τον περιορισμό  $n^\alpha_\alpha = 0$  και μάλιστα είναι και η μοναδική υποκλάση με αυτήν την ιδιότητα. Το γεγονός αυτό δεικνύει ότι γενικά μοντέλα τύπου Bianchi VI<sub>0</sub> τα οποία ανήκουν στην προαναφερθείσα οικογένεια, είναι ασυμπτωτικά ομοιοθετικά (asymptotically self-similar) (σε αντίθεση με τα μοντέλα  $n^\alpha_\alpha \neq 0$ ) και επιπρόσθετα, λόγω της σημαντικότητας των επιπλέον κινηματικών βαθμών ελευθερίας, ασυμπτωτικά (στο μέλλον) δεν παρουσιάζουν ισοτροπία.

19. "Geometric equations of state in Friedmann- Lemaître universes admitting matter and Ricci collineations",

Pantelis S. Apostolopoulos and M.Tsamparlis, 2004 Gen. Rel. Grav. **36** 277-292.

Κατά κανόνα στη Θεωρία Γενικής Σχετικότητας, η δυναμική περιγραφή ενός φυσικού συστήματος και κατά συνέπεια η επίλυση των Ε.Π., καθορίζεται από την υπόθεση φαινομενολογικών εξισώσεων μεταξύ των κινηματικών ή των δυναμικών μεγεθών του θερμοδυναμικού συστήματος. Η μεθοδολογία αυτή πολλές φορές οδηγεί σε ασυμβατότητα (inconsistency) της Γεωμετρίας και της Δυναμικής ενώ στην αντίθετη περίπτωση, στην εξάρτηση της δυναμικής περιγραφής από την επιλογή της κλάσης των παρατηρητών (observer dependent description). Προκειμένου να αποφευχθεί μία τέτοια εξάρτηση και να εξασφαλιστεί η συμβατότητα μεταξύ Γεωμετρίας και Δυναμικής, προτείνεται η ενσωμάτωση στις Ε.Π. μίας συνθήκης σε γεωμετρικό επίπεδο μέσω της υπόθεσης συμμετριών ανώτερης τάξης. Το κίνητρο για μία τέτοια υπόθεση κείται ουσιαστικά στην προσπάθεια γεωμετρικοποίησης (geometrization) των κινηματικών και δυναμικών χαρακτηριστικών των λύσεων των Ε.Π. όπως π.χ. φάνηκε από τις **Εργασίες 26, 25** όπου υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις ότι το φαινόμενο του πληθωρισμού σχετίζεται με την ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών. Ειδικότερα στην εργασία αυτή μελετώνται οι συμμετρίες RCs και MCs. Το πλεονέκτημα μίας τέτοιας επιλογής είναι αφενός η απλοποίηση των Ε.Π. και η συμβατότητα του προκύπτοντος μοντέλου και αφετέρου το γεγονός της άμεσης σχέσης των συνιστωσών των τανυστών Ricci και Matter με τις δυναμικές μεταβλητές του ρευστού. Οι εξισώσεις συμμετρίας ουσιαστικά αποτελούν *εξισώσεις συνδέσμων (constraint equations)* μεταξύ των μεταβλητών αυτών οι οποίες ονομάζονται *Γεωμετρικές Καταστατικές Εξισώσεις* ή *Γ.Κ.Ε. (Geometric Equations of State)*. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται στην περίπτωση του μοντέλου Friedmann- Lemaître όπου δίνονται οι Γ.Κ.Ε. και αποδεικνύεται ότι το πληθωριστικό μοντέλο  $3p+\mu=0$  επιδέχεται μία 3-διάστατη άλγεβρα proper RCs και proper MCs.

20. "Ricci and Matter collineations of locally rotationally symmetric space-times",

M.Tsamparlis and Pantelis S. Apostolopoulos, 2004 Gen. Rel. Grav. **36** 47-69.

Εφαρμόζεται μία καινούρια μέθοδος προσδιορισμού των συμμετριών RCs και MCs η οποία είχε εμφανιστεί για πρώτη φορά στην περίπτωση του κοσμολογικού μοντέλου Friedmann-Lemaître (**Εργασία 31**). Η μέθοδος συνίσταται στον προσδιορισμό των Δ.Π.  $X_\alpha$  (όπου  $\alpha = 1, 2, \dots, r$ ) τα οποία συνιστούν μία άλγεβρα Lie  $G_r$  και αφήνουν αναλλοίωτο ένα γενικό και μη εκφυλισμένο (*non-degenerated*) συμμετρικό τανυστή δευτέρας τάξεως  $K_{ab}$  δηλαδή  $L_{X_\alpha} K_{ab} = 0$ . Μέσω της προσέγγισης αυτής το πρόβλημα της εύρεσης συμμετριών RCs και MCs ανάγεται ουσιαστικά στον καθορισμό των «ισομετριών» μίας Riemann πολλαπλότητας με μετρική  $K_{ab}$ . Λόγω του ότι ο τανυστής  $K_{ab}$  έχει οποιαδήποτε υπογραφή, εκτός από την αξιοποίηση των γεωμετρικών αποτελεσμάτων της **Εργασίας 5** (για την περίπτωση Lorentzian υπογραφής), επεκτάθηκε η μελέτη των σύμμορφων συμμετριών και για την περίπτωση των μετρικών τύπου Ellis I,II,III όταν η «μετρική» έχει



υπογραφή 4 και 0. Δόθηκαν η καθολική άλγεβρα Lie των RCs και MCs καθώς και οι αλγεβρικοί περιορισμοί στις συνιστώσες των τανυστών Ricci και Einstein.

**21.** ``Self-similar Bianchi type VIII and IX models'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and M.Tsamparlis, 2003 Gen. Rel. Grav. **35** 2051-2056.

Ολοκληρώνοντας τη διερεύνηση για την ύπαρξη ομοιοθετικών μοντέλων τύπου Bianchi class A αποδεικνύεται ότι οι τύποι Bianchi VIII, IX με μη ορθογώνιοιδανικό ρευστό δεν επιδέχονται γεννήτορες HVFs το οποίο συνεπάγεται ότι η ασυμπτωτική τους συμπεριφορά είναι παρόμοια (chaotic-like) με τα αντίστοιχα μοντέλα κενού και ορθογώνιου ιδανικού ρευστού. Το αποτέλεσμα αυτό γενικεύεται και για την περίπτωση proper CVFs από το οποίο εξάγεται το συμπέρασμα ότι οι σύμμορφες γεωμετρίες τύπου Bianchi VIII, IX αναγκαστικά ενσωματώνουν ανισοτροπική πίεση στη δυναμική τους περιγραφή.

**22.** ``Note on Matter collineations in Kantowski-Sachs, Bianchi Types I and III space-times'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and M.Tsamparlis, 2003 Gen. Rel. Grav. **35** 1869-1876.

Στοχεύοντας στον πλήρη προσδιορισμό των συμμετριών ανώτερης τάξης RCs και MCs όχι μόνο σε σφαιρικά συμμετρικές γεωμετρίες αλλά και στην περίπτωση των επίπεδα και υπερβολικά συμμετρικών χωροχρόνων, γενικεύονται τα αποτελέσματα της **Εργασίας 24** και παρουσιάζεται συνολικά η άλγεβρα Lie των RCs και MCs καθώς και οι αλγεβρικοί περιορισμοί στις συνιστώσες των τανυστών Ricci και Einstein για την περίπτωση της υποκλάσης των LRS χωροχρόνων τύπου Ellis II.

**23.** ``Self-similar Bianchi models: I. Class A models'',

**Pantelis S. Apostolopoulos**, 2003 Class. Quantum Grav. **20** 3371-3384.

Invited talk given at the University of Aberdeen, Department of Mathematical Sciences, Scotland (August 2003).

Η ασυμπτωτική μελέτη γενικών κοσμολογικών μοντέλων (είτε κενού είτε με ιδανικό ρευστό) χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των Δ.Σ., απαιτείτο πλήρες σύνολο των (απλά μεταβατικών (simply transitive)) ομοιοθετικών λύσεων των Ε.Π. οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση  $L_{\mathbf{H}}g_{ab} = 2\psi g_{ab}$ , λόγω του ότι τα ομοιοθετικά μοντέλα αποτελούν σημεία ισορροπίας στο δυναμικό χώρο κατάστασης. Οι χωρικά ομογενείς γεωμετρίες τύπου Bianchi αποτελούν την απλούστερη οικογένεια κοσμολογικών μοντέλων τα οποία γενικεύουν το καθιερωμένο Friedmann-Lemaître κοσμολογικό μοντέλο. Καθίσταται προφανές ότι ο προσδιορισμός όλων των (απλά μεταβατικών) ομοιοθετικών λύσεων τύπου Bianchi είναι μείζονος σημασίας για τη δυναμική μελέτη γενικότερων κοσμολογιών. Στα πλαίσια της προσπάθειας αυτής προσδιορίστηκε το σύνολο των ομοιοθετικών μοντέλων τύπου Bianchi class A καθώς και η ακριβής μορφή του γεννήτορα Δ.Π.

της συμμετρίας. Χρησιμοποιώντας συναλλοίωτο φορμαλισμό (covariant formalism) ενσωματώθηκαν οι γεωμετρικοί περιορισμοί από την ύπαρξη HVF στις Ε.Π. για την περίπτωση μη ορθογώνιου ιδανικού ρευστού και δόθηκε η γενική λύση για τα μοντέλα τύπου Bianchi II τα οποία είναι τα μοναδικά ομοιοθετικά μοντέλα που επιδέχονται μία Αβελιανή ομάδα Lie ισομετριών της οποίας οι τροχιές είναι ορθογώνιες στην κατανομή (distribution) που ορίζεται από τα KVF's (hypersurface orthogonal). Επίσης αποδείχτηκε, σε αντίθεση με τα μοντέλα τύπου Bianchi II, ότι δεν υπάρχουν άστροφα (irrotational) και ομοιοθετικά μοντέλα τύπου Bianchi VI<sub>0</sub>. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι, γενικότερα μοντέλα τύπου Bianchi VI<sub>0</sub>, παρουσιάζουν ασυμπτωτικά (στο μέλλον) ιδιάζουσα δυναμική συμπεριφορά η οποία σχετίζεται με την ύπαρξη περιστροφής. Τέλος αποδείχτηκε ότι *δεν υπάρχουν ομοιοθετικά μοντέλα τύπου Bianchi VII<sub>0</sub>* το οποίο, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι τα αντίστοιχα μοντέλα κενού και ορθογώνιου ιδανικού ρευστού έχουν την ίδια ιδιότητα, δεικνύει ταλαντωτική (chaotic-like) ασυμπτωτική συμπεριφορά.

**24.** ``Comment on Ricci Collineations for spherically symmetric space-times'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and M.Tsampanlis, 2002 Gen. Rel. Grav. **34** 49-52.

Στην εργασία αυτή συνεχίζεται η μελέτη για τις συμμετρίες RCs που προηγήθηκε στην **Εργασία 27** για την ειδική περίπτωση των σφαιρικά συμμετρικών χωροχρόνων. Αξιοποιώντας την τεχνική που εκτέθηκε στην εργασία **Εργασία 31**, παρουσιάζονται για πρώτη φορά οι RCs στο καθιερωμένο κοσμολογικό μοντέλο Friedmann-Lemaître για την περίπτωση όπου οι χωρικά ομογενείς υπερεπιφάνειες είναι επίπεδες ( $k=0$ ) και αποδεικνύεται ότι το πληθωριστικό μοντέλο με εξίσωση κατάστασης  $3p+\mu=0$  επιδέχεται μία 3-διάστατη άλγεβρα Lie proper RCs.

**25.** ``Hypersurface homogeneous locally rotationally symmetric space-times admitting conformal symmetries'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and M.Tsampanlis, 2001 Class. Quantum Grav. **18** 3775-3790.

Οι χωρικά ομογενείς και στατικοί χωροχρόνοι επιδέχονται μία ομάδα Lie ισομετριών η οποία δρα σε χωρικές 3-διάστατες υπερεπιφάνειες και η ισοτροπική ομάδα είναι η χωρική στροφή (Locally Rotationally Symmetric (LRS)). Οι γεωμετρίες αυτές περιέχουν σημαντικές οικογένειες χωροχρόνων όπως είναι οι στατικοί και σφαιρικά/επίπεδα συμμετρικοί χωροχρόνοι, τα μοντέλα Kantowski-Sachs κ.ο.κ. Στους χωροχρόνους αυτούς μελετώνται οι σύμμορφες συμμετρίες και αποδεικνύεται ότι οι υποκλάσεις τύπου Ellis II περιγράφονται από μετρικές οι οποίες είναι σύμμορφα συσχετισμένες με μετρικές ολόνομου τύπου R<sub>7</sub> δηλαδή είναι {2+2} ολικά διασπασίμες. Παρουσιάζεται μία συστηματικοποιημένη μελέτη των γεωμετρικών περιορισμών οι οποίοι επάγονται από την ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών και αποδεικνύεται ότι ικανή και αναγκαία συνθήκη για την ύπαρξη proper CVFs είναι η σταθερότητα των καμπυλοτήτων των δύο 2-διάστατων υποπολλαπλοτήτων της {2+2} πολλαπλότητας η οποία επιπλέον είναι τύπου Petrov O. Επιπρόσθετα δίνεται η συνολική άλγεβρα Lie των γεννητόρων Δ.Π. σε κάθε περίπτωση προσήμου της σταθερής καμπυλότητας των 2-

διάστατων χώρων καθώς επίσης και το σύνολο των *ομογενών,ομοιοθετικών και σύμμορφων* LRS χωροχρόνων. Για τις υποκλάσεις τύπου Ellis I,III αξιοποιείται το Θεώρημα Defrise-Hall και το Θεώρημα για τις  $\{1+3\}$  ολικά διασπασίμες πολλαπλότητες (**Εργασία 29**) και δίνεται η ακριβής μορφή του βαρυτικού πεδίου και της σύμμορφης άλγεβρας Lie. Με τη βοήθεια των προηγούμενων αποτελεσμάτων λύνονται πλήρως οι Ε.Π. και δίνεται η γενική λύση για την περίπτωση ορθογώνιου ιδανικού ρευστού τόσο για τη στατική οικογένεια χωροχρόνων όσο και για τα μη στατικά μοντέλα. Διερευνώνται οι κινηματικές και δυναμικές ιδιότητες των μη στατικών μοντέλων και παρουσιάζονται *δύο καινούριες* (σφαιρικά και υπερβολικά συμμετρικές) λύσεις των Ε.Π. με ιδανικό ρευστό, οι οποίες ικανοποιούν τις ενεργειακές συνθήκες Hawking-Ellis και είναι ασυμπτωτικά (στο μέλλον) ισότροπες (isotropized) σύμφωνα με τα κριτήρια Collins-Hawking. Το ιδανικό ρευστό έχει μη γραμμική καταστατική εξίσωση και το οποίο τείνει ασυμπτωτικά (στο μέλλον) στο πληθωριστικό μοντέλο  $3p+\mu=0$ .

## 26. ``Symmetries of Bianchi I space-times'',

M.Tsampanlis and **Pantelis S. Apostolopoulos**, 2000 J. Math. Phys. **41** 7573-7588.

Η απλούστερη γενίκευση του καθιερωμένου κοσμολογικού μοντέλου Friedmann-Lemaître για την περίπτωση κατά την οποία η καμπυλότητα των χωρικά ομογενών υπερεπιφανειών  $k=0$  είναι τα μοντέλα τύπου Bianchi I και έχουν επανειλημμένα χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία προκειμένου να ερμηνευτούν παρατηρούμενες τοπικές ανισοτροπίες στην ενεργειακή πυκνότητα και τη διαστολή του Σύμπαντος. Προς τούτο μελετάται ο ρόλος των οποίων παίζουν οι συμμετρίες ανώτερης τάξης καθώς και οι επαγόμενοι κινηματικοί και δυναμικοί περιορισμοί από την ύπαρξή τους. Αποδεικνύεται ότι τα μοναδικά ομοιοθετικά μοντέλα τύπου Bianchi I είναι τα Kasner-type επιβεβαιώνοντας τη σημαντική θέση την οποία κατέχουν οι Self-Similar γεωμετρίες στην ασυμπτωτική συμπεριφορά γενικότερων μοντέλων, αφού είναι γνωστό ότι σχεδόν όλα τα χωρικά ομογενή μοντέλα Bianchi (είτε κενού είτε με ορθογώνιο ιδανικό ρευστό) τείνουν ασυμπτωτικά στο παρελθόν (κοντά στην αρχική ιδιομορφία (initial singularity)) στα μοντέλα Kasner-type. Επιπλέον η ύπαρξη Κινηματικών Ομοιοθεσιών ή Ομοιοθεσιών Μηδενικού/Δεύτερου Τύπου (Kinematic Self-Similarities (KSS) or Similarities of Zeroth/Second Kind) στα μοντέλα αυτά αναδεικνύει την πιθανότητα ότι οι συμμετρίες KSS είναι δυνατόν να παίζουν τον ίδιο ρόλο με τις ομοιοθεσίες πρώτου τύπου (HVF's). Παρουσιάζεται μία νέα προσέγγιση υπολογισμού CVFs αξιοποιώντας το Θεώρημα Defrise-Hall σε αντίθεση με την καθιερωμένη πρακτική επίλυσης των εξισώσεων συμμετρίας (η οποία στις περισσότερες περιπτώσεις είναι ανεφάρμοστη). Με βάση τα γεωμετρικά αποτελέσματα δίνεται ένα καινούριο κοσμολογικό μοντέλο ορθογώνιου μη ιδανικού ρευστού το οποίο τείνει ασυμπτωτικά στο (πληθωριστικό) Σύμπαν de Sitter. Το γεγονός αυτό σε συνδυασμό με την ύπαρξη κινηματικού και δυναμικού ιξώδους (shear and bulk viscosity) υποδηλώνει τη συσχέτιση μεταξύ του φαινομένου του πληθωρισμού (inflation) και σύμμορφων μοντέλων μη ιδανικού ρευστού. Τέλος δίνεται η γενική λύση των εξισώσεων συμμετρίας για την περίπτωση των RCs και αποδεικνύεται ότι τα μοναδικά μοντέλα ιδανικού ρευστού τα οποία επιδέχονται τις συμμετρίες αυτές έχουν μη γραμμική εξίσωση κατάστασης  $p=p(\mu)$ .

27. ``Comment on Ricci collineations for type B warped space-times'',

M.Tsamparlis and **Pantelis S. Apostolopoulos**, 2000 Gen. Rel. Grav. **32** 281-284.

Εκτός των σύμμορφων συμμετριών, ιδιαίτερο γεωμετρικό και φυσικό ενδιαφέρον παρουσιάζουν και οι συμμετρίες του τανυστή Ricci (Ricci Collineations (RCs)). Οι βασικοί λόγοι για τη μελέτη των συμμετριών αυτών είναι τόσο η ύπαρξη διατηρούμενων ρευμάτων μέσω των γεννητόρων Δ.Π. όσο και το γεγονός ότι συνδέονται άμεσα με την ύπαρξη πρώτων ολοκληρωμάτων (First Integrals) του συστήματος των μερικών διαφορικών εξισώσεων το οποίο προκύπτει από τις Ε.Π. Προς την κατεύθυνση αυτή μελετήθηκαν οι RCs στην οικογένεια των μη στατικών και σφαιρικά συμμετρικών μοντέλων και δόθηκε η γενική μορφή των Δ.Π. καλύπτοντας το κενό το οποίο υπήρχε μέχρι εκείνη την περίοδο στη βιβλιογραφία.

28. ``The computation of the Conformal Killing Vectors of an  $1+(n-1)$  decomposable metric'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and M.Tsamparlis, 1999 Tensor N. S. **61** 260-269.

Σε συνέχεια της **Εργασίας 29** γενικεύεται η μελέτη της ύπαρξης σύμμορφων συμμετριών σε  $n$ -διάστατους  $\{1+(n-1)\}$  ολικά διασπασίμους χώρους και δίνονται οι αντίστοιχες ικανές και αναγκαίες συνθήκες ύπαρξης CVFs. Οι συνθήκες αυτές είναι απόλυτα συναλλοίωτες και δεν εξαρτώνται από το συγκεκριμένο σύστημα συντεταγμένων στο οποίο εκφράζεται ο προς μελέτη χώρος, δίνοντας τη δυνατότητα χρήσης ενός κριτηρίου ύπαρξης proper σύμμορφων συμμετριών. Με βάση το κριτήριο αυτό αποδείχθηκε ότι το χωροχρονικά ομογενές (spacetime homogeneous) μοντέλο Gödel δεν επιδέχεται proper CVFs γεγονός το οποίο, εκτός των άλλων, υποδεικνύει την ασυμβατότητα μεταξύ της ύπαρξης σύμμορφων συμμετριών και κλειστών χρονικών καμπυλών (χαρακτηριστική ιδιότητα του μοντέλου Gödel).

29. ``Computation of the conformal algebra of  $1+3$  decomposable space-times'',

M.Tsamparlis, D. Nikolopoulos and **Pantelis S. Apostolopoulos**, 1998 Class. Quantum Grav. **15** 2909-2921.

Στην εργασία αυτή μελετήθηκε η σύμμορφη άλγεβρα σε  $\{1+3\}$  ολικά διασπασίμους χωροχρόνους και δόθηκαν οι γεωμετρικοί περιορισμοί οι οποίοι επάγονται από την ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών. Συγκεκριμένα αποδείχθηκε ότι τα Killing Vector Fields (KVF) της  $\{1+3\}$  πολλαπλότητας, εκτός του συναλλοίωτα σταθερού Δ.Π., ταυτίζονται με τα KVF των ισομετρικών 3-υποπολλαπλοτήτων ενώ στην περίπτωση των ομοιοθεσιών (Homothetic Vector Fields (HVF)), ικανή και αναγκαία συνθήκη προκειμένου ο  $\{1+3\}$  χώρος να επιδέχεται HVF είναι η ύπαρξη HVF στον 3-διάστατο χώρο. Επιπρόσθετα αποδείχθηκε ότι τα proper CVFs προκύπτουν άμεσα από ειδικά gradient CVFs (εάν υπάρχουν) του 3-χώρου, ενώ ταυτοποιήθηκαν οι χώροι σταθερής καμπυλότητας (ανεξαρτήτου διάστασης και υπογραφής) με την ύπαρξη  $(n+1)$ -διάστασης υποάλγεβρας Lie τέτοιας μορφής CVFs. Τα αποτελέσματα αυτά εφαρμόστηκαν για τον προσδιορισμό της σύμμορφης άλγεβρας του ομογενούς χωροχρόνου Reboulet cas-Tiomno ο οποίος είναι της

μορφής Gödel ενώ ο 3-χώρος είναι σταθερής (θετικής) καμπυλότητας. Τέλος δόθηκε για πρώτη φορά η 15-διάστατη σύμμορφη άλγεβρα του πληθωριστικού μοντέλου anti-de Sitter.

**30.** ``Conformal Symmetries in Warped Manifolds'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and Jaume G. Carot, 2005 Journal of Physics: Conference Series **8** 28-33.

Οι Warped Lorentzian πολλαπλότητες  $(M, \mathbf{g})$  χαρακτηρίζονται από την ύπαρξη δύο υποπολλαπλοτήτων  $O, S$ , εφοδιασμένες με μετρικές  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$  των οποίων οι υπογραφές είναι τέτοιες ώστε να διατηρούν το Lorentz χαρακτήρα της συνολικής μετρικής  $\mathbf{g}$  και μίας λείας συνάρτησης  $Y$  η οποία ορίζεται στην  $O$  έτσι ώστε  $M = O \times S$  και  $\mathbf{g} = \mathbf{g}_1 \otimes Y^2 \mathbf{g}_2$ . Για την περίπτωση όπου η διάσταση της  $M$  είναι  $n=4$  η προκύπτουσα κατασκευή οδηγεί στους ολικά διασπάσιμους  $\{1+3\}$  (ολόνομοι τύποι R2, R3, R4, R6, R10, R13) και  $\{2+2\}$  (ολόνομος τύπος R7) χωροχρόνους. Τόσο στην κλασική σχετικιστική θεωρία βαρύτητας όσο και στις πολυδιάστατες θεωρίες, ιδιαίτερα σημαντικές λύσεις των Εξισώσεων Πεδίου έχουν αυτήν τη γεωμετρική δομή προβάλλοντας ένα ισχυρό κίνητρο για τη μελέτη των συνεπειών από την ισχύ γεωμετρικών ή/και δυναμικών υποθέσεων αλλά και από την πιθανή αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Στην εργασία αυτή αποδεικνύεται ένα θεώρημα στο οποίο γενικεύονται σε  $n$  διαστάσεις, τα αντίστοιχα αποτελέσματα τα οποία παρουσιάστηκαν στην Εργασία 5 σχετικά με την ύπαρξη σύμμορφων συμμετριών σε Warped Lorentzian πολλαπλότητες. Επιπλέον δίνονται οι ικανές και αναγκαίες συνθήκες ύπαρξης CVFs και εφαρμόζονται τα αποτελέσματα στα πλαίσια των σεναρίων μεμβρανών (brane-world scenarios) όπου  $n=5$ . Στην περίπτωση κατά την οποία η ενέργεια του 5-διάστατου χώρου (bulk) προέρχεται μόνο από την παρουσία της 5-διάστατης κοσμολογικής σταθεράς, είναι δυνατόν να εξάγουμε τις εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν την κοσμολογική εξέλιξη στη μεμβράνη χρησιμοποιώντας είτε σύστημα συντεταγμένων στο οποίο η μεμβράνη είναι εντοπισμένη σε σταθερό σημείο της έξτρα χωρικής διάστασης (brane comoving system) είτε σύστημα συντεταγμένων στο οποίο ο 5-διάστατος χώρος είναι στατικός (bulk comoving system) δηλαδή επιδέχεται ένα χωρικό gradient CVF κάθετο στην οικογένεια χρονικών καμπυλών. Η ισχύς του θεωρήματος για τις Warped Lorentzian πολλαπλότητες αποδεικνύει με απόλυτα συναλλοίωτο τρόπο την ισοδυναμία των δύο προσεγγίσεων και αποτελεί τη γενίκευση του θεωρήματος Birkhoff σε πολυδιάστατες γεωμετρίες.

**31.** ``Ricci and Matter inheritance collineations of Robertson-Walker space-times'',

**Pantelis S. Apostolopoulos** and M.Tsampanlis (2001), (preprint gr-qc/0110042).

Η συνήθης μεθοδολογία για τον προσδιορισμό των συμμετριών ανώτερης τάξης RCs και MCs του βαρυτικού πεδίου ανάγεται στην επίλυση ενός συστήματος μερικών διαφορικών εξισώσεων οι οποίες εμπεριέχουν τόσο τις συνιστώσες των τανυστών Ricci και Einstein όσο και τις συνιστώσες του Διανυσματικού Πεδίου  $\mathbf{X}$  το οποίο αποτελεί το γεννήτορα της συμμετρίας. Στην περίπτωση των κοσμολογικών μοντέλων Friedmann-Lemaître η μεθοδολογία αυτή καθίσταται ανεπαρκής λόγω του ότι το σύστημα των προκυπτουσών

διαφορικών εξισώσεων (ο αριθμός του οποίου ταυτίζεται με το πλήθος των ανεξάρτητων συνιστωσών Ricci και Einstein) είναι ανοικτό. Προς τούτο προτείνεται η μεθοδολογία η οποία περιγράφηκε στην **Εργασία 20** και δίνεται για πρώτη φορά η συνολική άλγεβρα Lie των RCs και MCs για τα κοσμολογικά μοντέλα Friedmann- Lemaître. Η πλειονότητα των φυσικών εφαρμογών της παρούσας εργασίας παρουσιάζεται στην **Εργασία 19**.